

# Statische und dynamische Eigenschaften von ferromagnetischen Nano-Teilchen

Dissertation  
zur Erlangung des Doktorgrades  
der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.)  
der Naturwissenschaftlichen Fakultät II - Physik  
der Universität Regensburg

vorgelegt von  
**Rainer Höllinger**  
aus Regensburg

2004

Promotionsgesuch eingereicht am: 09.03.2004  
Die Arbeit wurde angeleitet von: Prof. Dr. U. Krey

**Prüfungsausschuss:**

Vorsitzender:	Prof. Dr. D. Weiss
1. Gutachter:	Prof. Dr. U. Krey
2. Gutachter:	Prof. Dr. J. Keller
Prüfer:	Prof. Dr. M. Brack

Promotionskolloquium am: 03.06.2004

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlagen des Mikromagnetismus</b>	<b>7</b>
2.1	Energie eines Ferromagneten . . . . .	8
2.2	Magnetisierungsdynamik . . . . .	12
2.3	Zeitliche numerische Integration der LLG-Gleichung . . . . .	15
<b>3</b>	<b>Magnetostatik flacher Kreisstrukturen</b>	<b>21</b>
3.1	Der single-domain-Zustand . . . . .	21
3.2	Der Vortexzustand . . . . .	24
3.3	Phasengrenze Vortex $\leftrightarrow$ single-domain . . . . .	33
3.4	Der „verschobene“ Vortexkern . . . . .	36
3.4.1	Streifeldenergie . . . . .	37
3.4.2	Austauschenergie . . . . .	39
3.4.3	Zeeman-Energie . . . . .	40
3.4.4	Gesamtenergie . . . . .	41
3.4.5	Numerische Behandlung des verschobenen Vortexkerns . . . . .	42
3.5	Exkurs: Magnetostatik von Kreisringen . . . . .	49
<b>4</b>	<b>Dynamische Aspekte homogen magnetisierter Ellipsoide und flacher Kreisstrukturen</b>	<b>53</b>
4.1	Homogen magnetisierte Kugel . . . . .	53
4.2	Homogen magnetisiertes Rotationsellipsoid . . . . .	56
4.3	Homogen magnetisierte flache Kreisstruktur . . . . .	60
<b>5</b>	<b>Dynamik des single-domain-Zustandes in flachen Kreisstrukturen</b>	<b>66</b>

5.1	Umschaltprozess in Abhängigkeit von der Richtung des externen Feldes . . . . .	67
5.2	Dipol-Austausch-Spinwellen in single-domain-Teilchen . . . . .	77
5.3	Umschaltzeiten $t_{1/2}$ eines single-domain-Zylinders . . . . .	84
<b>6</b>	<b>Dynamik des Vortexzustandes in flachen Kreisstrukturen</b>	<b>89</b>
6.1	Zeitabhängige in-plane-Felder . . . . .	89
6.1.1	Annihilation des Vortex . . . . .	90
6.1.2	Anregung der Vortexstruktur durch in-plane-Feldpulse	93
6.2	Zeitabhängige out-of-plane-Felder . . . . .	105
6.2.1	Schalten der Vortizität durch out-of-plane-Feldpulse . .	106
6.2.2	Anregung der Vortexstruktur durch out-of-plane-Feldpulse . . . . .	109
<b>7</b>	<b>Ausblick: Dynamik von Permalloy-Quadraten mit Landau-Konfiguration</b>	<b>119</b>
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>122</b>
<b>A</b>	<b>Schrödingergleichung vs. Linearisierte LLG-Gleichung</b>	<b>125</b>

# Kapitel 1

## Einleitung

Im Juni 2003 präsentierte das Unternehmen Infineon die weltweit kleinste MRAM-Speicherzelle mit einer Fläche von  $1,4 \mu\text{m}^2$ , die gemeinsam mit dem Unternehmen IBM entwickelt und in einem 128-Kilobit-MRAM-Speicherchip demonstriert wurde [1]. MRAM steht hierbei für „Magnetic Random Access Memory“, die Informationen werden bei diesem Chip nicht mit elektrischen, sondern mit magnetischen Ladungselementen gespeichert. MRAMs vereinen die Vorteile etablierter Halbleiter-Speichertypen, vor allem hohe Schreib- und Auslesegeschwindigkeit, mit der besonderen Eigenschaft der Nichtflüchtigkeit. Die wirtschaftliche und technologische Bedeutung solcher magnetischer Datenspeicher liegt auf der Hand, da in Zukunft die flüchtigen Silizium-Halbleiterspeicher zunehmend durch die nicht-flüchtigen MRAMs ersetzt werden sollen.

Eine MRAM-Speicherzelle kann auf zweierlei Weise realisiert werden [2, 3, 4, 5]: entweder man nutzt den Riesenmagnetowiderstandseffekt (Giant Magnetoresistance - GMR) oder den Tunnelmagnetowiderstandseffekt (Tunnel Magnetoresistance - TMR). In beiden Fällen hat man zwei parallele ferromagnetische Schichten, die beim GMR-Effekt durch eine nicht-magnetische Metallschicht und beim TMR-Effekt durch einen Isolator voneinander getrennt sind (siehe Abbildung 1.1). Fließt ein Strom durch die nicht-magnetische Metallschicht bzw. durch den Isolator (man nutzt hierbei den Tunneleffekt aus), so kann der elektrische Widerstand durch die relative Orientierung der Magnetisierungen  $\vec{M}_1$  und  $\vec{M}_2$  der beiden ferromagnetischen Schichten gesteuert werden: bei paralleler Orientierung von  $\vec{M}_1$  und  $\vec{M}_2$  ist der Widerstand klein und bei antiparalleler Orientierung von  $\vec{M}_1$  und  $\vec{M}_2$  ist er groß.

Bei beiden Schichtsystemen wird in der Regel eine ferromagnetische Schicht,

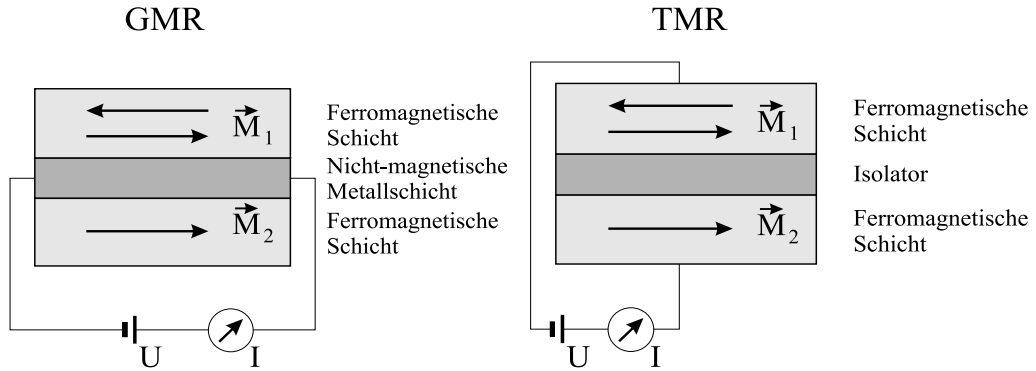


Abbildung 1.1: *GMR- und TMR-Effekt: der elektrische Widerstand hängt jeweils von der gegenseitigen Orientierung der Magnetisierungen  $\vec{M}_1$  und  $\vec{M}_2$  in den ferromagnetischen Schichten ab.*

z. B.  $\vec{M}_2$ , „gepinnt“ [4, 6, 7], während die andere Schicht mit  $\vec{M}_1$  aus einem weichmagnetischen Material (z. B.  $\text{Ni}_{81}\text{Fe}_{19}$ -Legierung, auch als Permalloy, Py, bekannt) besteht und durch kleine äußere Magnetfelder ummagnetisiert werden kann, ohne dabei  $\vec{M}_2$  zu beeinflussen. Es können somit je nach Orientierung von  $\vec{M}_1$  und  $\vec{M}_2$  zwei Zustände aufgrund des unterschiedlichen Widerstands definiert und durch ein äußeres Magnetfeld geschaltet werden. Typische Werte für die relative Widerstandsänderung  $\Delta R/R_p = (R_{ap} - R_p)/R_p$ <sup>1</sup> bei Zimmertemperatur liegen z. B. bei Verwendung von Permalloy als weichmagnetischer Schicht im Fall des GMR-Effekts bei ca. 20 % [8] und im Fall des TMR-Effekts bei ca. 50 % [7].

Bei den eben beschriebenen GMR- und TMR-Effekten sind die ferromagnetischen Schichten idealerweise eindomänig. Die energetische Stabilität eines magnetischen Zustandes in einem ferromagnetischen Festkörper hängt jedoch unter anderem von seinen geometrischen Abmessungen ab [9]: so unterscheidet man beispielsweise in flachen weichmagnetischen Zylindern mit Durchmessern im Bereich einiger  $\mu\text{m}$  und darunter zwischen Eindomänenzustand („single-domain“) und Vortextzustand. Den Vortextzustand kann man sich anschaulich als „magnetischen Ringschluss“ vorstellen, der unter Umständen eine hohe energetische Stabilität aufweisen kann, was ihn für MRAM-Anwendungen ebenfalls attraktiv macht [10].

<sup>1</sup> $R_p$  bzw.  $R_{ap}$  ist der elektrische Widerstand bei paralleler bzw. antiparalleler Orientierung von  $\vec{M}_1$  und  $\vec{M}_2$ .

Abgesehen von der Optimierung solcher MRAM-Schichtsysteme, unter anderem bezüglich der relativen Widerstandsänderung  $\Delta R/R_p$ , richtet sich ein wesentliches Interesse auf die Dynamik der Ummagnetisierung der weichmagnetischen Schicht, da dieser Vorgang die Schaltzeit des MRAM-Speicherelements bestimmt. Diese Schaltzeit wird von mehreren Parametern beeinflusst, z. B. von der Richtung des angelegten Magnetfeldes, von der Form der Schicht (eckig, kreisförmig, etc.) und von den intrinsischen Eigenschaften des verwendeten ferromagnetischen Materials [11].

Diese Arbeit soll einen tieferen Einblick in die Statik und die Dynamik von weichmagnetischen Schichten geben, wobei bevorzugt die Zylindergeometrie benutzt wird, da ihre Symmetrie teilweise einen analytischen Zugang zu den verschiedenen betrachteten Problemen erlaubt. Soweit möglich werden die analytisch und numerisch gewonnenen Ergebnisse mit experimentellen Daten verglichen und auftretende Abweichungen diskutiert. Die Gliederung dieser Arbeit ist wie folgt:

- Zunächst wird nach einer kurzen Einführung in Kapitel 2 in die theoretischen Grundlagen des Mikromagnetismus in Kapitel 3 auf die Magnetostatik flacher weichmagnetischer Kreisstrukturen eingegangen. Das Interesse richtet sich sowohl auf den single-domain-Zustand als auch auf den Vortexzustand.
- In Kapitel 4 wird die Dynamik homogen magnetisierter Ellipsoide und flacher Zylinder betrachtet, wobei bereits grundlegende Aspekte der magnetischen Dynamik herausgestellt werden.
- Darauf folgend werden in Kapitel 5 und 6 flache weichmagnetische Kreisstrukturen sowohl mit single-domain-Konfiguration als auch mit Vortexstruktur mittels mikromagnetischer Simulationen hinsichtlich ihres dynamischen Verhaltens untersucht: es werden die elementaren Anregungen des jeweiligen Spinsystems analysiert und die entsprechenden Folgerungen und Erkenntnisse gezogen.
- Kapitel 7 ist als Ausblick konzipiert und soll als solcher einen Einblick in die Dynamik eines weichmagnetischen Quadrats mit Landau-Konfiguration geben, unter anderem um die Unterschiede zur zirkularen Geometrie zu verdeutlichen.
- Abschließend werden in Kapitel 8 nochmals die wesentlichen Punkte und Ergebnisse dieser Arbeit zusammengefasst.

## Kapitel 2

# Theoretische Grundlagen des Mikromagnetismus

Der Mikromagnetismus versucht, ferromagnetische Materialien mathematisch auf einer Längenskala zu beschreiben, die wesentlich kleiner ist als die Abmessung ferromagnetischer Domänen, aber andererseits groß genug, um anstatt einzelner atomarer Spins eine kontinuierliche magnetische Polarisation benutzen zu können [12]. Berechtigt wird diese kontinuierliche Beschreibung durch die Tatsache, dass sich der Richtungswinkel von einem atomaren Spin zum nächsten im Allgemeinen nur sehr wenig ändert.

Ausgangspunkt des Mikromagnetismus ist die vektorielle magnetische Polarisation<sup>1</sup>  $\vec{J}(\vec{r}, t)$  am Ort  $\vec{r}$  und zur Zeit  $t$ , deren Betrag  $|\vec{J}(\vec{r}, t)| = J_S$  im ganzen betrachteten ferromagnetischen Festkörper und zu allen Zeiten  $t$  konstant sein soll, und (bis auf die Vakuumpermeabilität  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$ ) definiert wird als mittleres magnetisches Moment  $\Delta\vec{\mu}$  pro Volumen  $\Delta V$ :

$$\vec{J}(\vec{r}, t) = \mu_0 \frac{\Delta\vec{\mu}(\vec{r}, t)}{\Delta V(\vec{r})}. \quad (2.1)$$

Die Sättigungspolarisation  $J_S$  soll dabei nur von der Temperatur  $T$  abhängen. Die magnetische Polarisation lässt sich somit auch schreiben als

$$\vec{J}(\vec{r}, t) = J_S \cdot \vec{m}(\vec{r}, t) \quad (2.2)$$

mit  $|\vec{m}(\vec{r}, t)| = 1$ .

---

<sup>1</sup>Im Unterschied dazu wird  $\vec{M} = \vec{J}/\mu_0$  als Magnetisierung bezeichnet.



## 2.1 Energie eines Ferromagneten

Ausgehend von der magnetischen Polarisation  $\vec{J}$  werden nun die verschiedenen Beiträge zur Freien Energie eines Ferromagneten behandelt.

### a) **Austauschenergie $E_{ex}$**

Die Austauschenergie ist quantenmechanischen Ursprungs und „bestraft“ Inhomogenitäten der Magnetisierungsrichtung, also Nicht-Parallelstellung der Spins, wobei aber die Richtung der Spins nicht festgelegt ist. Eine Herleitung dieses Energiebeitrags durch eine Taylorentwicklung der isotropen Heisenberg-Wechselwirkung mit dem zugehörigen Hamiltonoperator  $\mathbf{H} = -J \sum_{l,m} \vec{\mathbf{S}}_l \cdot \vec{\mathbf{S}}_m$ , wobei nur über benachbarte Spins mit den Spinoperatoren  $\vec{\mathbf{S}}_l$  und  $\vec{\mathbf{S}}_m$  summiert wird (die Energiekonstante  $J$  ist die „Austauschenergie“), und unter Benutzung der Molekularfeldnäherung (der Erwartungswert des Produkts von Spinoperatoren wird näherungsweise durch das Produkt der Erwartungswerte der einzelnen Spinoperatoren ersetzt, Fluktuationen werden dabei vernachlässigt [13, 14]) findet man unter anderem in [15]. Der Beitrag der Austauschenergie zur Freien Energie ferromagnetischer Kristalle ist daher bei kubischer Symmetrie gegeben durch

$$E_{ex} = A \int (\text{grad } \vec{m})^2 dV, \quad (2.3)$$

wobei die sog. Austauschkonstante  $A$  nur wenig von der Temperatur  $T$  abhängt und mit den quantenmechanischen sog. Austauschintegralen in Beziehung gebracht werden kann (siehe hierzu auch [16]).  $A$  hat die Größenordnung  $10^{-11}$  J/m, wie man aus der Curie-Temperatur  $T_C$  und der Gitterkonstanten  $a_L$  abschätzen kann:  $A(T = 0) \sim (k_B T_C)/a_L$  ( $k_B$ : Boltzmannkonstante).

### b) **Anisotropieenergie $E_{an}$ (Kristallanisotropie)**

Die Freie Energie eines Ferromagneten hängt außerdem im Allgemeinen von der Richtung der Magnetisierung relativ zu den kristallografischen Richtungen ab. Dies kann wie folgt erklärt werden: der das magnetische Moment im Wesentlichen bestimmende Spin tritt mit der Bahnbewegung über die Spin-Bahn-Kopplung in Wechselwirkung und die Bahnbewegung ihrerseits mit der Kristallstruktur über die elektrostatischen

Felder und die sich überlappenden Wellenfunktionen benachbarter Gitteratome [17]. Gegeben ist diese Anisotropieenergie durch

$$E_{an} = \int \varepsilon_{an}^{lok}(\vec{m}) dV. \quad (2.4)$$

Hierbei lässt sich die lokale Anisotropieenergiedichte  $\varepsilon_{an}^{lok}(\vec{m})$  für kubische Kristalle durch den phänomenologischen Ansatz

$$\varepsilon_{an}^{lok} = K_1(m_x^2 m_y^2 + m_x^2 m_z^2 + m_y^2 m_z^2) + K_2(m_x^2 m_y^2 m_z^2) \quad (2.5)$$

ausdrücken [18, 19, 20], und für eine uniaxiale Anisotropie, bei der die  $x$ -Achse energetisch begünstigt ist, durch

$$\varepsilon_{an}^{lok} = K_u(1 - m_x^2) \quad (K_u > 0). \quad (2.6)$$

$K_1$ ,  $K_2$  und  $K_u$  sind die im Allgemeinen temperaturabhängigen sog. Anisotropiekonstanten, die experimentell bestimmt werden müssen. So ist z. B. für Eisen  $K_1 \approx 48000 \text{ J/m}^3$ , während für Schichten aus Permalloy ( $\text{Ni}_{81}\text{Fe}_{19}$ -Legierung), in denen eine Anisotropie mit einer uniaxialen Vorzugsachse in der Schichtebene vorliegt,  $K_u \approx 500 \text{ J/m}^3$  ist.

c) **Zeeman-Energie  $E_z$**

Liegt an einer ferromagnetischen Probe ein externes Feld  $\vec{H}_{ext}(\vec{r})$  an, so ist die Wechselwirkungsenergie gegeben durch

$$E_z = -J_S \int \vec{H}_{ext} \cdot \vec{m} dV. \quad (2.7)$$

Für ein homogenes externes Feld hängt diese Energie nur von der gemittelten magnetischen Polarisierung ab und nicht von der Domänenstruktur oder der Probenform.

d) **Dipol- oder Streufeldenergie  $E_d$**

Betrachtet man einen ferromagnetischen Körper mit der magnetischen Polarisierung  $\vec{J}$ , so erzeugt im Allgemeinen dieser selbst ein magnetisches Feld, das Dipol- oder Streufeld  $\vec{H}_d$ , welches ausgehend von der Maxwellschen Gleichung  $\text{div } \vec{B} = \text{div}(\mu_0 \vec{H} + \vec{J}) = 0$  definiert wird durch

$$\text{div } \vec{H}_d = -\text{div}(\vec{J}/\mu_0). \quad (2.8)$$

Die Energie, die der ferromagnetische Körper in seinem eigenen Streufeld besitzt, ist gegeben durch

$$E_d = -\frac{1}{2} \int \vec{H}_d \cdot \vec{J} dV. \quad (2.9)$$

Das Streufeld  $\vec{H}_d$  kann wegen  $\text{rot } \vec{H}_d = 0$  als Gradient eines skalaren Potentials geschrieben werden:

$$\vec{H}_d(\vec{r}) = -\text{grad } \Phi_d(\vec{r}) \quad (2.10)$$

Unter Beachtung von (2.8) erhält man daraus eine Differentialgleichung für  $\Phi_d(\vec{r})$ :

$$\text{div grad } \Phi_d(\vec{r}) = \text{div}(\vec{J}(\vec{r})/\mu_0) \quad (2.11)$$

Diese Gleichung hat die Form der Poissongleichung aus der Elektrostatik. Die Divergenz der magnetischen Polarisation spielt also (bis auf das Vorzeichen) die Rolle einer effektiven magnetischen Ladungsdichte. Definiert man nun  $\lambda_V = -\text{div } \vec{m}$  bzw.  $\sigma_S = \vec{m} \cdot \vec{n}$  (mit dem nach außen gerichteten Normalenvektor  $\vec{n}$ ) als Volumen- bzw. Oberflächenladungsdichte, so erhält man in Analogie zur Poissonschen Potentialgleichung in der Elektrostatik als Lösung für  $\Phi_d$  [20]:

$$\Phi_d(\vec{r}) = \frac{J_S}{4\pi\mu_0} \left[ \int \frac{\lambda_V(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV' + \int \frac{\sigma_S(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dS' \right] \quad (2.12)$$

Dabei bezeichnen  $dV'$  bzw.  $dS'$  das Volumen- bzw. Oberflächenelement. Daraus kann nun das Streufeld  $\vec{H}_d(\vec{r})$  gemäß (2.10) berechnet werden. Beachtet man, dass  $\vec{m} \cdot \text{grad } \Phi_d = \text{div}(\vec{m} \cdot \Phi_d) - \Phi_d \cdot \text{div } \vec{m}$  ist, und setzt man dies in (2.9) ein, so erhält man (mit Hilfe des Gauß'schen Satzes) für die Streufeldenergie

$$E_d = J_S \left[ \int \lambda_V(\vec{r}) \Phi_d(\vec{r}) dV + \int \sigma_S(\vec{r}) \Phi_d(\vec{r}) dS \right]. \quad (2.13)$$

Die Integrationen  $dV$  und  $dV'$  bzw.  $dS$  und  $dS'$  erstrecken sich jeweils über das Volumen bzw. die Oberfläche des betrachteten Körpers.

Für den Fall eines homogen magnetisierten Ellipsoids ist im Inneren des Ellipsoids das Streufeld ebenfalls homogen und gegeben durch

$$\vec{H}_d = -\hat{N} \cdot \vec{J}/\mu_0. \quad (2.14)$$

Der symmetrische Entmagnetisierungstensor  $\hat{N}$  [21] ist im Hauptachsensystem des Ellipsoids diagonal, und im Fall eines Rotationsellipsoids mit den Achsen  $(a, c, c)$  sind explizite Formeln für die Diagonalelemente  $N_a$  und  $N_c$  von  $\hat{N}$  verfügbar [20]:

- längliches Ellipsoid  $\alpha = c/a < 1$ :

$$N_a = \frac{\alpha^2}{1 - \alpha^2} \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - \alpha^2}} \operatorname{arcsinh} \left( \frac{\sqrt{1 - \alpha^2}}{\alpha} \right) - 1 \right] \quad (2.15)$$

- flaches Ellipsoid  $\alpha = c/a > 1$ :

$$N_a = \frac{\alpha^2}{\alpha^2 - 1} \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 - 1}} \arcsin \left( \frac{\sqrt{\alpha^2 - 1}}{\alpha} \right) \right] \quad (2.16)$$

Aufgrund der Relation  $N_a + N_b + N_c = 1$  [21, 22] (die Summe der Diagonalelemente von  $\hat{N}$  ergibt stets 1), ist  $N_c$  in obigen beiden Fällen jeweils gegeben durch  $N_c = \frac{1}{2}(1 - N_a)$ . Insbesondere gilt für eine Kugel  $N_a = N_b = N_c = \frac{1}{3}$ . Die Streufeldenergie (2.9) kann dann in einfacher Weise geschrieben werden als

$$E_d = -\frac{1}{2} \int \vec{H}_d \cdot \vec{J} dV = \frac{J_S^2}{2\mu_0} \cdot V \cdot (N_a m_x^2 + N_b m_y^2 + N_c m_z^2), \quad (2.17)$$

mit dem Volumen  $V$ .

Im Allgemeinen wird sich allerdings das Streufeld nicht in so einfacher Weise wie im Fall des homogen magnetisierten Ellipsoids berechnen lassen. Vielmehr müssen numerische Verfahren herangezogen werden, um das Streufeld-Problem näherungsweise lösen zu können.

Zu den oben genannten vier Energiebeiträgen zur Freien Energie eines Ferromagneten können noch weitere Energiebeiträge, die beispielsweise durch Oberflächen- bzw. Grenzflächenanisotropien, Magnetostriktionseffekte oder Zwischenschicht-Austausch-Kopplungen entstehen, hinzukommen. Diese werden jedoch in dieser Arbeit nicht berücksichtigt und daher sei an dieser Stelle lediglich auf die entsprechende Literatur verwiesen (z. B. [20]).

Unter Berücksichtigung aller vier oben genannten Beiträge lässt sich also die Gesamtenergie<sup>2</sup>  $E_g$  des ferromagnetischen Festkörpers angeben:

$$E_g = E_{ex} + E_{an} + E_z + E_d =$$

---

<sup>2</sup>Anstatt von der „gesamten Freien Energie“ wird hier und im Weiteren nur noch von der „Gesamtenergie“ gesprochen.

$$\begin{aligned}
&= \int \left[ A(\text{grad } \vec{m})^2 + \varepsilon_{an}(\vec{m}) - J_S \vec{H}_{ext} \cdot \vec{m} - \frac{1}{2} J_S \vec{H}_d \cdot \vec{m} \right] dV = \\
&= \int \varepsilon_g^{lok}(\vec{m}) dV
\end{aligned} \tag{2.18}$$

Durch Variation der lokalen Gesamtenergiedichte  $\varepsilon_g^{lok}$  nach  $\vec{m}$  erhält man (bis auf einen Term  $\sim \vec{m}$ ) das effektive Magnetfeld  $\vec{H}_{eff}$ , welches im Nichtgleichgewichtszustand ein Drehmoment auf  $\vec{J}$  ausübt:

$$\begin{aligned}
\vec{H}_{eff} &= -\frac{1}{J_S} \frac{\delta \varepsilon_g^{lok}}{\delta \vec{m}} = \\
&= \frac{1}{J_S} [2A \text{div grad } \vec{m} - \text{grad}_{\vec{m}} \varepsilon_{an}(\vec{m})] + \vec{H}_{ext} + \vec{H}_d = \\
&= \vec{H}_{ex} + \vec{H}_{an} + \vec{H}_{ext} + \vec{H}_d
\end{aligned} \tag{2.19}$$

Dabei sind die den jeweiligen Energien entsprechenden Felder gegeben durch:

- $\vec{H}_{ex} = \frac{2A}{J_S} \text{div grad } \vec{m}$  : Austauschfeld
- $\vec{H}_{an} = -\frac{1}{J_S} \text{grad}_{\vec{m}} \varepsilon_{an}(\vec{m})$  : Anisotropiefeld
- $\vec{H}_{ext}$  : externes Magnetfeld
- $\vec{H}_d$  : Streufeld

Im folgenden Abschnitt wird auf die Dynamik der magnetischen Polarisation  $\vec{J}$  eingegangen, wobei das effektive Magnetfeld  $\vec{H}_{eff}$  diese Dynamik aufgrund des auf  $\vec{J}$  ausgeübten Drehmoments steuert<sup>3</sup>.

## 2.2 Magnetisierungsdynamik

Es seien  $\vec{L}$  als Drehimpuls und  $\vec{T}$  als Drehmoment bezeichnet. Dann gilt allgemein:

$$\dot{\vec{L}} = \vec{T} \tag{2.20}$$

---

<sup>3</sup>Die magnetostatischen Gleichungen für das Streufeld  $\vec{H}_d$  können in der Magnetisierungsdynamik hier ohne Rücksicht auf Retardierungseffekte verwendet werden [23].

Außerdem ist die magnetische Polarisation  $\vec{J}$  mit dem Drehimpuls  $\vec{L}$  wie folgt verknüpft:

$$\vec{L} = -\frac{\vec{J}}{|\gamma_0|} \quad (2.21)$$

$|\gamma_0|$  ist das gyromagnetische Verhältnis und ist gegeben durch  $|\gamma_0| = g \cdot \frac{e\mu_0}{2m_e} = g \cdot 1.1051 \cdot 10^5 \text{ m/As}$  ( $g$ : Landé-Faktor,  $e$ : Elementarladung,  $m_e$ : Elektronen-Ruhemasse). Beachtet man nun, dass das Drehmoment  $\vec{T} = \vec{J} \times \vec{H}_{eff}$  ist, so erhält man mit (2.20) und (2.21):

$$\dot{\vec{J}} = -|\gamma_0| \vec{J} \times \vec{H}_{eff} \quad (2.22)$$

Dies ist eine phänomenologische Herleitung der Bewegungsgleichung für  $\vec{J}$ , welche eine ungedämpfte Präzessionsbewegung von  $\vec{J}$  um  $\vec{H}_{eff}$  beschreibt [12]. Quantenmechanisch kann man die Gleichung (2.22) für den Erwartungswert eines einzelnen freien Spins anstatt der magnetischen Polarisation  $\vec{J}$  in einem äußeren Magnetfeld exakt herleiten. Die Phänomenologie kommt dann durch die Ersetzung des Spin-Erwartungswertes durch  $\vec{J}$  und des äußeren Magnetfeldes durch  $\vec{H}_{eff}$  zustande [24].

In der Realität sind allerdings zusätzlich Dämpfungsmechanismen vorhanden, die es erlauben, dass  $\vec{J}$  in einen Gleichgewichtszustand übergeht, d. h. dass das Drehmoment  $\vec{J} \times \vec{H}_{eff}$  für  $t \rightarrow \infty$  verschwindet. Im Jahre 1955 wurde in der Tat von Gilbert ein phänomenologischer, dissipativer Term zu  $\vec{H}_{eff}$  hinzugefügt, der eine Relaxation von  $\vec{J}$  in Richtung  $\vec{H}_{eff}$  zulässt. Die daraus resultierende Gilbert-Gleichung sieht wie folgt aus [20]:

$$\dot{\vec{m}} = -|\gamma_0| (\vec{m} \times \vec{H}_{eff}) + \alpha (\vec{m} \times \dot{\vec{m}}) \quad (2.23)$$

Dabei ist  $\alpha$  ein phänomenologischer, dimensionsloser Dämpfungsparameter. Bereits 20 Jahre früher wurde von Landau und Lifshitz ein Dämpfungsterm eingeführt, der eine zur Gilbert-Gleichung äquivalente Magnetisierungsdynamik beschreibt. Unter Benutzung des Gilbert-Dämpfungsparameters  $\alpha$  lautet diese Landau-Lifshitz-Gilbert-Gleichung (LLG-Gleichung) [20]:

$$\dot{\vec{m}} = -\frac{|\gamma_0|}{1 + \alpha^2} (\vec{m} \times \vec{H}_{eff}) - \frac{\alpha|\gamma_0|}{1 + \alpha^2} [\vec{m} \times (\vec{m} \times \vec{H}_{eff})] \quad (2.24)$$

In Abbildung 2.1 wird diese durch die Landau-Lifshitz-Gilbert-Gleichung beschriebene Dynamik von  $\vec{J}$  anschaulich dargestellt. Die phänomenologi-

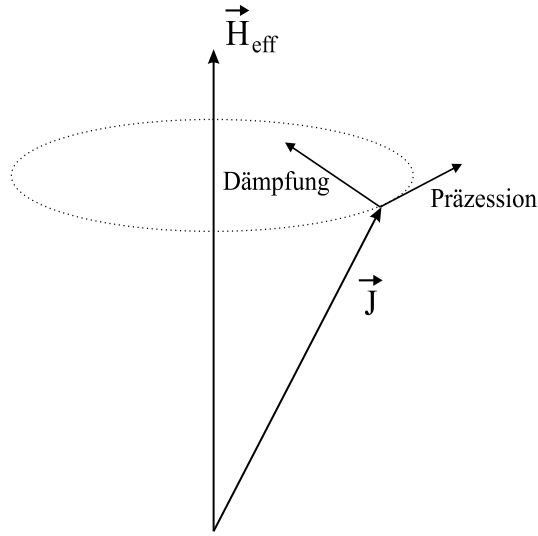


Abbildung 2.1: *Gedämpfte gyromagnetische Präzessionsbewegung des magnetischen Polarisationsvektors  $\vec{J}$  um das effektive Magnetfeld  $\vec{H}_{eff}$ .*

schen Gleichungen (2.23) bzw. (2.24) beschreiben die Experimente erstaunlich gut, obwohl bis heute nicht die genauen Dämpfungsmechanismen verstanden sind. Es wird vermutet, dass die Wechselwirkungsprozesse Magnon-Elektron, Magnon-Phonon (magnetoelastische Kopplung von Magnonen und Phononen, Streuung von Spinwellen an Gitterdefekten) und Magnon-Magnon eine entscheidende Rolle dabei spielen [20, 25, 26, 27, 28, 29]. Der Dämpfungsparameter  $\alpha$  muss daher experimentell bestimmt werden. Typische Werte für  $\alpha$  liegen bei 0.01 [30], was eine sehr geringe Dämpfung bedeutet. Dieser Umstand ist im Wesentlichen dafür verantwortlich, dass die Ummagnetisierungsprozesse in magnetischen Speicherelementen außerordentlich schwierig zu steuern sind und aufgrund eines „Nachschwingens“ („ringing“) von  $\vec{J}$  „sehr lange“ (ns-Bereich) dauern.

Darüberhinaus ist darauf hinzuweisen, dass der Dämpfungsparameter  $\alpha$  als Skalar angenommen einer isotropen Dämpfung entspricht, und daher eine mögliche Anisotropie des betrachteten Systems nicht widerspiegeln kann. An Grenzflächen kann es z. B. aufgrund der Brechung der Kristallsymmetrie oder anderer Grenzflächeneffekte zu einer Erhöhung der Dämpfung kommen [31]. Theoretische Ansätze, den im Allgemeinen anisotropen Dämpfungsmechanismus zu beschreiben, indem  $\alpha$  zu einem Tensor verallgemeinert wird,

findet man z. B. in [29, 32, 33] .

Die Gleichungen (2.23) und (2.24) liefern nicht nur eine Beschreibung des dynamischen Verhaltens von  $\vec{J}$  in Nichtgleichgewichtszuständen, sondern mit ihnen lassen sich auch statische Zustände berechnen. Statisch bedeutet, dass  $\dot{\vec{m}} = 0$  ist, was wiederum heißt, dass das Drehmoment  $\vec{m} \times \vec{H}_{eff}$  verschwinden muss. Ausgehend von letzterer Gleichung können somit stabile (aber auch metastabile) Zustände bestimmt werden, ohne explizit die Gleichung (2.23) bzw. (2.24) bezüglich der Zeit  $t$  zu integrieren (siehe hierzu z. B. [12]).

Die mathematische Behandlung der Magnetisierungsdynamik gestaltet sich wegen der Streufeldberechnung, welche in  $\vec{H}_{eff}$  auftaucht, äußerst schwierig und gestattet in der Regel keinen analytischen Zugang; man erhält drei gekoppelte Integrodifferentialgleichungen, die im Allgemeinen nur numerisch behandelt werden können. Im folgenden Abschnitt wird ein numerisches Verfahren zur Berechnung der Magnetisierungsdynamik, ausgehend von der LLG-Gleichung, vorgestellt.

## 2.3 Zeitliche numerische Integration der LLG-Gleichung

Um die LLG-Gleichung numerisch nach der Zeit  $t$  zu integrieren, können verschiedene Verfahren angewendet werden. Das einfachste Verfahren ist das Euler'sche Polygonzugverfahren, bei dem sukzessive aus gegebenem  $\vec{m}(t_n)$  durch  $\Delta\vec{m} = \Delta t \cdot \dot{\vec{m}}(t_n)$  und  $t_{n+1} = t_n + \Delta t$  der nächste Wert  $\vec{m}(t_{n+1}) = \vec{m}(t_n) + \Delta\vec{m}$  berechnet wird. Da jedoch bei diesem Verfahren die Fehler entsprechend groß sein können, verwendet man numerische Methoden, bei denen die Fehlerkontrolle wesentlich besser ist, wie z.B. die sog. Runge-Kutta-Verfahren [34, 35]. Die Berechnung der verschiedenen Beiträge zum effektiven Feld  $\vec{H}_{eff}$  gestaltet sich unterschiedlich komplex: während das Austauschfeld  $\vec{H}_{ex}$ , das Anisotropiefeld  $\vec{H}_{an}$  und das externe Feld  $\vec{H}_{ext}$  einen „lokalen“ Beitrag liefern, muss beim Streufeld  $\vec{H}_d$  die Wechselwirkung des einzelnen Spins mit dem gesamten ferromagnetischen Festkörper berücksichtigt werden, wobei sich herausstellt, dass die mathematisch vergleichsweise noch „einfach“ scheinende Anwendung der Dipolnäherung nicht ausreichend genau ist.

Ausgangspunkt zur Berechnung von  $\vec{H}_{eff}$  ist die Zerlegung des Volumens des betrachteten ferromagnetischen Festkörpers in kleine Würfel (Zellen) mit der Kantenlänge  $a$ , in denen die magnetische Polarisierung homogen sein soll (sie-



he Abb. 2.2). Die verschiedenen Beiträge zu  $\vec{H}_{eff}$  werden dann jeweils am

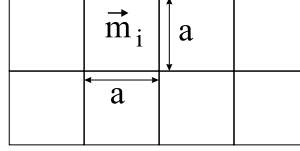


Abbildung 2.2: Aufteilung des Volumens des betrachteten ferromagnetischen Festkörpers in kleine Würfel mit der Kantenlänge  $a$  (hier zweidimensional dargestellt), in denen die magnetische Polarisation homogen sein soll.

Mittelpunkt  $\vec{r}_i$  des betrachteten Würfels berechnet und sehen wie folgt aus:

a) Austauschfeld  $\vec{H}_{ex}$ :

$$\vec{H}_{ex}(\vec{r}_i) = \frac{2A}{J_S a^2} \sum_{nn} \vec{m}(\vec{r}_j) \quad (2.25)$$

Dies entspricht der Methode der finiten Differenzen, wobei hier nur über die nächsten Nachbarn summiert wird.

b) Anisotropiefeld  $\vec{H}_{an}$  ( $x$ -Achse als Vorzugsachse):

$$\vec{H}_{an}(\vec{r}_i) = \frac{2K_u}{J_S} (m_x(\vec{r}_i), 0, 0) \quad (2.26)$$

c) Externes Feld  $\vec{H}_{ext}$ :

In der Regel wird ein homogenes externes Feld vorgegeben, das an allen Würfelmittelpunkten den gleichen Wert hat.

d) Streufeld  $\vec{H}_d$ :

Das Streufeld, welches der Würfel  $j$  am Mittelpunkt  $\vec{r}_i$  des Würfels  $i$  hervorruft, kann mittels einer „Entmagnetisierungsmatrix“  $\hat{N}_{ij}$  ausgedrückt werden:

$$\vec{H}_d^j(\vec{r}_i) = \frac{J_S}{4\pi\mu_0} \hat{N}_{ij} \cdot \vec{m}(\vec{r}_j) \quad (2.27)$$

Die Entmagnetisierungsmatrix ist dabei gegeben durch

$$\hat{N}_{ij} = \begin{pmatrix} N_{xx}^{ij} & N_{xy}^{ij} & N_{xz}^{ij} \\ N_{yx}^{ij} & N_{yy}^{ij} & N_{yz}^{ij} \\ N_{zx}^{ij} & N_{zy}^{ij} & N_{zz}^{ij} \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

Fällt der Würfelmittelpunkt  $\vec{r}_j$  mit dem Koordinatenursprung zusammen (da  $\hat{N}_{ij}$  nur vom relativen Abstand der beiden Würfel  $i$  und  $j$  abhängt, ist dies keine Einschränkung), so erhält man für die Entmagnetisierungsfaktoren  $N_{\alpha\beta}^{ij}$  ( $\alpha, \beta \in \{x, y, z\}$ ):

$$\begin{aligned} N_{xx}^{ij} &= \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{x_i - \frac{a}{2}}{\sqrt{(x_i - \frac{a}{2})^2 + (y_i - y')^2 + (z_i - z')^2}^3} dy' dz' - \\ &- \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{x_i + \frac{a}{2}}{\sqrt{(x_i + \frac{a}{2})^2 + (y_i - y')^2 + (z_i - z')^2}^3} dy' dz' \quad (2.29) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{xy}^{ij} &= \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{x_i - x'}{\sqrt{(x_i - x')^2 + (y_i - \frac{a}{2})^2 + (z_i - z')^2}^3} dx' dz' - \\ &- \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{x_i - x'}{\sqrt{(x_i - x')^2 + (y_i + \frac{a}{2})^2 + (z_i - z')^2}^3} dx' dz' \quad (2.30) \end{aligned}$$

Entsprechende Formeln erhält man für die übrigen Entmagnetisierungsfaktoren. Diese Formeln können analytisch behandelt werden, aufgrund der Länge der Ergebnisse wird jedoch hier darauf verzichtet, die exakten Lösungen anzugeben, die auszuwertenden Integrale können z. B. in [35] nachgeschlagen werden.

Das gesamte Streufeld am Punkt  $\vec{r}_i$  ist dann gegeben durch

$$\vec{H}_d(\vec{r}_i) = \sum_j \vec{H}_d^j(\vec{r}_i) = \frac{J_S}{4\pi\mu_0} \sum_j \hat{N}_{ij} \cdot \vec{m}(\vec{r}_j) \quad (2.31)$$

Aufgrund der Tatsache, dass es sich um Würfel handelt, wird keine Formanisotropie generiert [21], so dass die magnetische Polarisation eines einzelnen Würfels im eigenen Streufeld kein Drehmoment erfährt. Da das Streufeld für jeden Würfel bestimmt werden muss, ergibt sich damit bei  $N$  Würfeln ein Rechenaufwand von  $\sim N^2$  Produkten, was sich negativ in der Rechenzeit niederschlägt. Für kleine Strukturen mit einer kleinen Anzahl  $N$  von Würfeln ist diese Methode der Streufeldberechnung durchaus akzeptabel, im Falle von größeren Strukturen gibt es schnellere Verfahren, die unter anderem in [20] beschrieben werden.

Unter Verwendung der „Methode der finiten Elemente“ und obiger „diskretisierter“ Formeln (2.25), (2.26) und (2.31) habe ich im Laufe dieser Arbeit ein Programm namens „DynMag“ erstellt, welches die LLG-Gleichung numerisch nach der Zeit integriert. Benutzt wird dabei das Verfahren von Heun (verbessertes Polygonzugverfahren) [34].

Um die Richtigkeit des Programms DynMag zu testen, wurde das  $\mu$ Mag Standardproblem Nr. 4 [36] berechnet und mit dem Ergebnis des Simulationsprogramms „OOMMF“ (Object Oriented MicroMagnetic Framework) [37] verglichen, das von vielen Forschungsgruppen benutzt wird und als zuverlässig gilt. Das Programm OOMMF integriert ebenfalls die LLG-Gleichung nach der Zeit, allerdings wird hier das Streufeld mittels Fast Fourier Transformation (FFT) bestimmt, was für große Strukturen einen erheblichen Zeitvorteil bedeutet. Das  $\mu$ Mag Standardproblem Nr. 4 ist auf die dynamischen Aspekte der Programmierung im Mikromagnetismus fokussiert und bietet daher eine gute Vergleichsmöglichkeit mit anderen Programmen. Allerdings wurden hier aus Gründen der Zellaufteilung des betrachteten Volumens die geometrischen Abmessungen leicht modifiziert. Betrachtet wird eine flache rechteckige Permalloy-Struktur mit folgenden Parametern:

- Länge: 501 nm, Breite: 123 nm, Dicke: 3 nm
- Austauschkonstante:  $A = 13 \cdot 10^{-12} \text{ J/m}$
- Sättigungspolarisation:  $J_S = \mu_0 M_S$  mit der Sättigungsmagnetisierung  $M_S = 800 \text{ kA/m}$
- (uniaxiale) Anisotropiekonstante:  $K_u = 0$
- Dämpfungsparameter:  $\alpha = 0.02$

Der Anfangszustand ( $t = 0$ ) ist der sog. s-state (s-förmige Struktur der magnetischen Polarisation) und ist in Abb. 2.3 gezeigt. An diesen Anfangszustand wird zur Zeit  $t = 0$  ein externes Feld angelegt, so dass es zu einer Ummagnetisierung des Rechtecks kommt. Das Feld ist während der gesamten Simulationszeit angelegt.

- a) externes Feld:  $B_x = -24.6 \text{ mT}$ ,  $B_y = 4.3 \text{ mT}$ ,  $B_z = 0$
- b) externes Feld:  $B_x = -35.5 \text{ mT}$ ,  $B_y = -6.3 \text{ mT}$ ,  $B_z = 0$

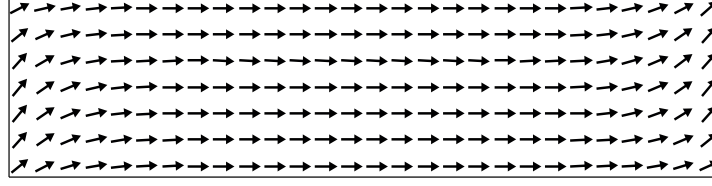


Abbildung 2.3: Anfangszustand der magnetischen Polarisation im  $\mu\text{Mag}$  Standardproblem Nr. 4; es handelt sich um den sog. s-state.

In Abbildung 2.4 werden jeweils die  $m_y(t)$ -Komponenten der über das Simulationsvolumen gemittelten normierten magnetischen Polarisation, wie sie mit den Simulationsprogrammen DynMag und OOMMF erhalten wurden, verglichen, und wie darin zu sehen ist, stimmen die Ergebnisse sehr gut überein. Kleinere Abweichungen im Fall b) ergeben sich in erster Linie aufgrund des Umstandes, dass in OOMMF im Austauschfeld  $\vec{H}_{ex}$  auch die übernächsten Nachbarn mitberücksichtigt werden, was zu leicht unterschiedlichen Werten für  $\vec{H}_{ex}$  führen kann.

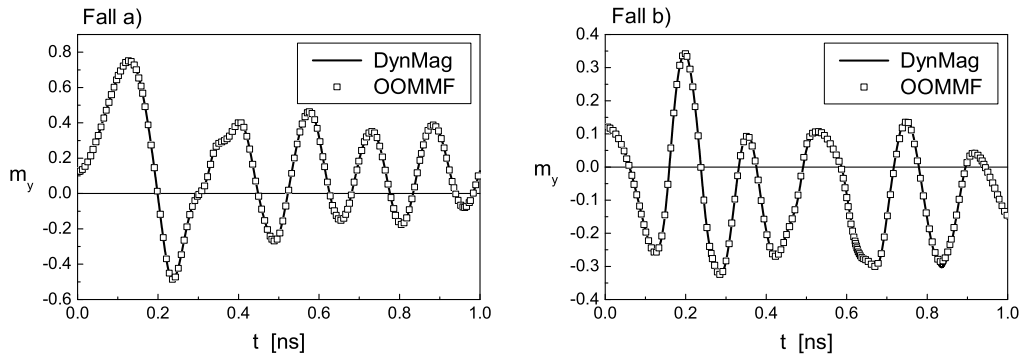


Abbildung 2.4:  $y$ -Komponente  $m_y$  der über das Simulationsvolumen gemittelten normierten magnetischen Polarisation als Funktion der Zeit  $t$  für das externe Feld im Fall a) bzw. b).

Die Ergebnisse dieser Arbeit sind von verschiedenen Simulationsprogrammen (DynMag, OOMMF, LLG Micromagnetics Simulator [38]) geliefert worden. Dabei wurden jeweils die unterschiedlichen Vorteile des jeweiligen Programms gegenüber den anderen berücksichtigt. Prinzipiell erhält man unter

gleichen Bedingungen mit jedem Programm das gleiche Ergebnis, im Folgenden wird daher nicht explizit das Simulationsprogramm genannt, mit dem das jeweilige Ergebnis erhalten wurde, außer es lagen unterschiedliche Bedingungen vor.

Zu erwähnen bleibt noch, dass in keinem der oben genannten Simulationsprogramme thermische Fluktuationen berücksichtigt werden<sup>4</sup>, d.h. bei allen Simulationen wird  $T = 0\text{ K}$  angenommen. Näheres zu diesem Thema und zum Einfluss solcher thermischer Fluktuationen auf die Simulationsergebnisse findet man unter anderem in [40, 41, 42, 43, 44].

---

<sup>4</sup>Im „LLG Micromagnetics Simulator“ gibt es zwar die Option, solche Fluktuationen „einzuschalten“ und es wird dann ein „weißes Rauschen“ als Zusatzfeld generiert, allerdings entspricht dieses thermische Zusatzfeld in keinsten Weise der Realität: z. B. erhält man als Curie-Temperatur für Eisen einen 10 mal höheren Wert als im Experiment [39]. Darum wird auf diese Option in dieser Arbeit verzichtet.

# Kapitel 3

## Magnetostatik flacher Kreisstrukturen

Betrachtet man eine flache zylindrische Permalloy-Struktur („flach“ soll hier bedeuten, dass das Aspektverhältnis Höhe/Durchmesser  $\eta = h/D \ll 1$  ist) mit einem Durchmesser  $D$  von mehreren  $100\text{ }\mu\text{m}$ , so wird sich zunächst eine Aufspaltung der Magnetisierungskonfiguration in Domänen zeigen. Die Richtung der magnetischen Polarisierung  $\vec{J}$  in einer einzelnen Domäne wird sich in Wechselwirkung mit den anderen Domänen so einstellen, dass es zu einer Minimierung des Streufeldes und somit der Streufeldenergie kommt. Verkleinert man den Durchmesser  $D$  des Zylinders (wobei stets  $h/D \ll 1$  gelten soll), so nimmt die Austausch- und Streufeldenergie, die in den Domänenwänden steckt, bezogen auf das Volumen des Zylinders zu, so dass ab einem bestimmten Durchmesser  $D$  (genauer: Aspektverhältnis  $\eta$ ) Domänenwände energetisch ungünstig werden und sich andere Magnetisierungskonfigurationen einstellen [15]. Im Wesentlichen können in diesem Größenordnungsbereich ( $D$  einige  $\mu\text{m}$  und kleiner) zwei unterschiedliche Konfigurationen der magnetischen Polarisierung  $\vec{J}$  beobachtet werden: die „single-domain“-Struktur und die „Vortexstruktur“ [45]. Beide werden im Folgenden näher beschrieben.

### 3.1 Der single-domain-Zustand

Beim single-domain-Zustand handelt es sich um einen Eindomänenzustand, d.h. die magnetische Polarisierung  $\vec{J}$  ist homogen, es tritt im Idealfall keine Austauschenergie auf. Da im hier betrachteten Falle einer flachen zylindri-

schen Struktur eine Auslenkung von  $\vec{J}$  in  $z$ -Richtung (das hier verwendete Koordinatensystem ist in Abbildung 3.1 gezeigt) ein starkes Streufeld und damit eine hohe Streufeldenergie hervorrufen würde, liegt  $\vec{J}$  in der  $(x - y)$ -Ebene, d.h. die  $z$ -Komponente  $J_z$  von  $\vec{J}$  ist identisch 0. In Abbildung 3.2

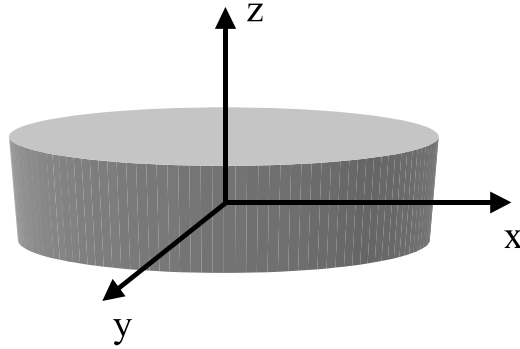


Abbildung 3.1: Hier verwendete Geometrie einer flachen Kreisstruktur: die Mitte des Zylinders fällt mit dem Koordinatenursprung zusammen.

ist ein single-domain-Zustand in einem Zylinder dargestellt. Da weder eine Kristallanisotropie noch ein externes Feld vorhanden sein sollen, ergibt sich die Gesamtenergiedichte  $\varepsilon_g^{sd}$  eines Eindomänenzustandes allein aus der Streufeldenergiedichte  $\varepsilon_d^{sd}$ .

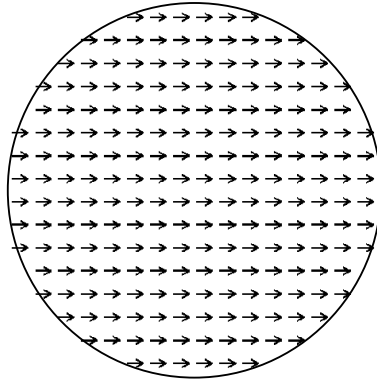


Abbildung 3.2: Aufsicht auf einen single-domain-Zustand in einer flachen zylindrischen Struktur; die Pfeile zeigen  $\vec{J}$ .

Das Streufeld eines homogen magnetisierten Zylinders ist im Inneren des

Zylinders nicht homogen. Eigentlich müsste das Streufeld für jeden Punkt im Inneren des Zylinders berechnet werden, man benutzt jedoch in Analogie zum homogen magnetisierten Ellipsoid einen Entmagnetisierungstensor [21], der symmetrisch ist und die über den Zylinder gemittelten Entmagnetisierungsfaktoren enthält, d.h. es wird angenommen, dass das Streufeld sich analog zu (2.14) schreiben lässt als

$$\vec{H}_d = -\hat{N} \cdot \vec{J} / \mu_0. \quad (3.1)$$

Die Diagonalelemente von  $\hat{N}$  erfüllen wieder die Regel  $N_{xx} + N_{yy} + N_{zz} = 1$  [21], wobei hier aus Symmetriegründen  $N_{xx} = N_{yy}$  gilt. Ausgehend von dem ortsabhängig berechneten Streufeld eines homogen magnetisierten Zylinders in [46] hat R. I. Joseph in [47] die magnetometrischen (also über das Innere des Zylinders gemittelten) Entmagnetisierungsfaktoren berechnet. In dem hier betrachteten Falle eines Zylinders mit  $\eta \ll 1$  ist  $N_{zz}$  näherungsweise gegeben durch (siehe [47])

$$N_{zz} \approx 1 - \frac{2\eta}{\pi} \cdot \left[ \ln \left( \frac{4}{\eta} \right) - \frac{1}{2} \right] \quad (\eta \ll 1). \quad (3.2)$$

Daraus ergeben sich auch  $N_{xx}$  bzw.  $N_{yy}$  zu  $N_{xx} = N_{yy} = \frac{1}{2}(1 - N_{zz})$ . Für die Streufeldenergiedichte und damit Gesamtenergiedichte eines in  $+x$ -Richtung homogen magnetisierten Zylinders erhält man somit (vergleiche hierzu (2.17))

$$\varepsilon_g^{sd} = \frac{J_S^2}{2\mu_0} \cdot N_{xx} = \frac{J_S^2}{4\mu_0} \cdot (1 - N_{zz}). \quad (3.3)$$

Da  $N_{xx}$  bzw. (3.2) im Hinblick auf die später herzuleitende Phasengrenze Vortex  $\leftrightarrow$  single-domain unhandlich ist, wird  $N_{xx}$  durch eine Funktion angenähert, die mittels einer Fit-Prozedur erhalten wurde:

$$N_{xx} \approx \frac{2.41}{4\pi} \cdot \ln \left( 1 + 5.31 \cdot \eta^{0.88} \right) \quad (3.4)$$

Die Fehler dieser Näherung bleiben in Bezug auf (3.2) für  $2 \cdot 10^{-5} \leq \eta \leq 0.2$  unter 7%.

Im nächsten Abschnitt wird der Vortextzustand näher beschrieben, wobei ebenfalls die Gesamtenergie hergeleitet wird, um sie später mit (3.3) vergleichen zu können.



## 3.2 Der Vortexzustand

Neben der single-domain-Konfiguration tritt noch eine weitere magnetische Grundzustandsstruktur in flachen Kreisstrukturen mit einem Durchmesser von einigen  $\mu\text{m}$  bis hinab zu einigen hundert nm auf: die Vortexstruktur (siehe Abbildung 3.3). In einer magnetischen Vortexstruktur richtet sich die

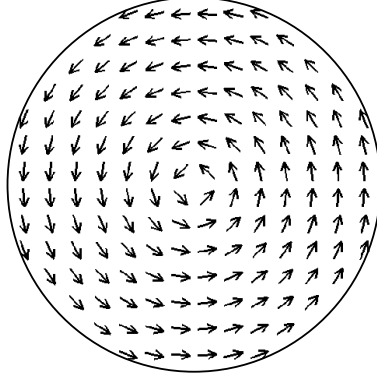


Abbildung 3.3: Aufsicht auf einen Vortexzustand in einer flachen zylindrischen Struktur; die Pfeile zeigen die magnetische Polarisation  $\vec{J}$ .

magnetische Polarisation  $\vec{J}$  parallel zum kreisförmigen Zylinderrand aus, wodurch die Streufeldenergie am Zylinderrand gänzlich verschwindet. Aufgrund der Austauschwechselwirkung ordnen sich die Spins in radialer Richtung parallel an, allerdings würde diese Konfiguration unter der Annahme einer überall verschwindenden  $m_z$ -Komponente zu einer unendlichen Austauschenergie  $E_{ex}^v$  führen, was im Folgenden kurz gezeigt werden soll. In Zylinderkoordinaten lässt sich die Vortexstruktur wie folgt beschreiben:

$$m_x(\varphi) = -\sin(\varphi) \quad (3.5)$$

$$m_y(\varphi) = \cos(\varphi) \quad (3.6)$$

$$m_z = 0. \quad (3.7)$$

Dabei wurde eine  $z$ -Abhängigkeit von  $\vec{m}$  aufgrund der geringen Schichtdicke  $h$  vernachlässigt (wegen  $h \sim l_m$  (zur Definition der Austauschlänge  $l_m$  siehe weiter unten) dominiert über den Schichtdickenbereich die Austauschwechselwirkung, die die Spins entlang der  $z$ -Achse parallel anzuordnen versucht). Nach (2.3) erhält man daraus (mit dem Radius  $R$  des Zylinders):

$$E_{ex}^v = A \cdot \int (\text{grad } \vec{m})^2 dV = 2\pi h A \cdot \int_0^R \frac{dr}{r} \rightarrow \infty \quad (3.8)$$

Um diese unendliche Austauschenergie, die durch die Singularität des Integranden in (3.8) bei  $r = 0$  hervorgerufen wird, zu vermeiden, kommt es, wie im Experiment bereits nachgewiesen ist [48], im zentralen Bereich der Vortexstruktur zur Ausbildung einer „Blochlinie“ [20, 49], d. h. zu einer Auslenkung von  $\vec{J}$  in  $z$ -Richtung, was allerdings im Gegenzug eine Streufeldenergie erzeugt. Das gegenseitige Zusammenspiel von Austausch- und Dipolwechselwirkung bestimmt dabei das radiale Profil von  $m_z$ . In Abbildung 3.4 ist  $m_z$  für einen simulierten Vortexzustand gezeigt. Aufgrund der Rotationssymmetrie hängt  $m_z$  nur vom Radius  $|\vec{r}| = r$  ab: in der Zylindermitte ist  $m_z = 1$  (d.h. die Komponenten  $m_x$  und  $m_y$  verschwinden bei  $r = 0$ ) und fällt nach außen hin stark ab. Aufgrund der kreisförmigen Anordnung von  $\vec{J}$  um die Blochlinie herum wird die Vortexstruktur auch als „Kreisblochlinie“ bezeichnet [20, 49].

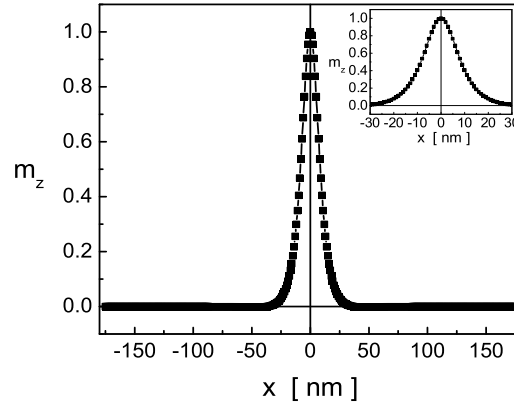


Abbildung 3.4: Profil  $m_z(r)$  (entlang der  $x$ -Achse) eines Vortexzustands in einer flachen Kreisstruktur mit Durchmesser  $D = 351$  nm und Dicke  $h = 6$  nm; im Inset ist der Bereich um  $x = 0$  dargestellt.

Eine in diesem Zusammenhang sehr nützliche charakteristische Länge ist die sog. magnetische Austauschlänge  $l_m$ , die definiert ist durch

$$l_m = \frac{\sqrt{(2A\mu_0)}}{J_S}. \quad (3.9)$$

$l_m$  vergleicht die Austausch- mit der Dipolwechselwirkung und ergibt eine Länge, innerhalb derer die Austauschwechselwirkung gegenüber der Dipolwechselwirkung dominiert.  $l_m$  regelt z. B. den exponentiellen Abfall einer

Störung, die mit Streufeldern verbunden ist. Wenn z. B. in einer dünnen Schicht  $\vec{J}$  senkrecht zur Schichtebene ausgelenkt wird, entstehen Oberflächenpole, und das asymptotische Abklingen von  $\vec{J}$  ist durch  $l_m$  bestimmt [16]. Für Permalloy erhält man mit den typischen „Standardparametern“<sup>1</sup>  $A = 13 \cdot 10^{-12} \text{ J/m}$  und  $J_S = 1 \text{ T}$  eine Austauschlänge von  $l_m \approx 5.7 \text{ nm}$ .

Es wurden bisher unterschiedliche Ansätze benutzt, um die Profilkfunktion  $m_z(r)$  mathematisch zu beschreiben. Zunächst wurde im Zusammenhang mit dieser Arbeit der Ansatz einer exponentiell abfallenden  $z$ -Komponente  $m_z(r) = \exp(-r/l_m)$  verwendet mit der Austauschlänge als charakteristische Länge. Dieser Ansatz beschreibt jedoch das Verhalten von  $m_z(r)$  bei  $r \approx 0$  nur unzureichend und wurde daher wieder verworfen. In [50] findet man allerdings eine weiterführende Behandlung dieses Ansatzes. Usov und Peschany [51] vernachlässigten bei der Bestimmung der  $r$ -Abhängigkeit von  $m_z$  die Dipolwechselwirkung gänzlich, was zwar in der unmittelbaren Umgebung von  $r = 0$  eine gute Näherung darstellt, allerdings ab  $r \approx l_m$  zu Abweichungen führt, da die langreichweitige Dipolwechselwirkung mit ins Spiel kommt. Einen Ansatz für  $m_z(r)$ , der sowohl die Austausch- als auch die Dipolwechselwirkung berücksichtigt, lieferten Feldtkeller und Thomas [49]. Dieser Ansatz war jedoch zu einfach und konnte  $m_z(r)$  nur in grober Näherung wiedergeben. Hubert [20] verallgemeinerte den Ansatz von Feldtkeller und Thomas und konnte dadurch den Verlauf von  $m_z(r)$ , wie man ihn aus Simulationen erhält, wesentlich genauer bestimmen. Der Nachteil dieser Verallgemeinerung ist jedoch eine Vielzahl von freien Parametern, die bei jeder Änderung der Schichtdicke von Neuem numerisch berechnet werden müssen. Daher wird in dieser Arbeit ein Mittelweg zwischen dem einfachen Ansatz von Feldtkeller und Thomas und dem verallgemeinerten Ansatz von Hubert gewählt: bestimmte Parameter in Hubert's Ansatz werden „fixiert“, so dass nur noch ein freier Parameter ermittelt werden muss. Schreibt man  $\vec{m}$  in Zylinderkoordinaten, so sieht der gewählte Ansatz wie folgt aus:

$$m_r = 0 \quad (3.10)$$

$$m_\varphi = \sqrt{1 - m_z^2} \quad (3.11)$$

$$m_z = c \cdot \exp\left(-\frac{r^2}{l_m^2}\right) + (1 - c) \cdot \exp\left(-\frac{r^2}{(2l_m)^2}\right) \quad (3.12)$$

Der freie Parameter  $c$  wird nach dem Ritz'schen Verfahren bestimmt. Dazu wird die Gesamtenergiedichte  $\varepsilon_g^v$ , die sich aus der Austauschenergiedichte

---

<sup>1</sup>Falls nicht anders angegeben, werden für Permalloy stets diese Parameter benutzt.

$\varepsilon_{ex}^v = E_{ex}^v/V$  und der Streufeldenergiedichte  $\varepsilon_d^v = E_d^v/V$  zusammensetzt ( $V$  ist das Volumen des Zylinders), bezüglich  $c$  minimiert. Für die einzelnen Energiedichten  $\varepsilon_{ex}^v$  und  $\varepsilon_d^v$  erhält man zunächst folgende Ausdrücke (für  $\varepsilon_d^v$  siehe [20]):

$$\begin{aligned}\varepsilon_{ex}^v &= \frac{A}{V} \int_V (\text{grad } \vec{m})^2 dV = \\ &= \frac{A}{V} \int_V \left[ \frac{1}{1 - m_z^2} \left( \frac{\partial m_z}{\partial r} \right)^2 + \frac{1 - m_z^2}{r^2} \right] dV\end{aligned}\quad (3.13)$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_d^v &= \frac{\pi J_S^2 l_m^4}{\mu_0 V} \int_0^\infty [1 - \exp(-uh)] \cdot \\ &\cdot \left[ \frac{c}{2} \exp\left(-\frac{u^2 l_m^2}{4}\right) + 2(1 - c) \exp(-u^2 l_m^2) \right]^2 du\end{aligned}\quad (3.14)$$

Setzt man nun die Grenzfälle  $h \rightarrow 0$  und  $h \rightarrow \infty$  ein und minimiert  $\varepsilon_g^v$  bezüglich  $c$ , so erhält man (numerisch) folgende Werte für  $c$ :

$$h \rightarrow 0 \quad : \quad \frac{\partial \varepsilon_g^v}{\partial c} = 0 \Leftrightarrow c_{max} = 0.52 \quad (3.15)$$

$$h \rightarrow \infty \quad : \quad \frac{\partial \varepsilon_g^v}{\partial c} = 0 \Leftrightarrow c_{min} = -0.188 \quad (3.16)$$

Diese beiden Werte zeigen für  $R \gg l_m$  keine Abhängigkeit von  $R$  bzw.  $l_m$ . Mit Hilfe weiterer numerisch bestimmter Werte für  $c$  im Bereich  $0 < h < \infty$  kann der Verlauf zwischen  $c_{min}$  und  $c_{max}$  durch eine rationale Funktion angefitet werden, wobei die beiden Grenzfälle  $h \rightarrow 0$  bzw.  $h \rightarrow \infty$  bereits richtig berücksichtigt wurden:

$$c \approx -0.188 + \frac{0.708}{(1 + 0.2p + 0.0278p^2)} \quad (3.17)$$

Hierbei ist die „reduzierte“ Schichtdicke  $p$  gegeben durch  $p = h/l_m$ . Der freie Parameter  $c$  hängt also für  $R \gg l_m$  nur von der Höhe des Zylinders ab.

Obiger Ansatz (3.12) für  $m_z$  ist für Permalloy-Zylinder mit Höhen bis zu etwa  $h \leq 15$  nm gut erfüllt, wie in Abbildung 3.5 im Falle eines Permalloy-Zylinders mit Durchmesser 351 nm und Höhe 3 nm gezeigt ist. Bei Schichten mit  $h > 15$  nm kommt es aufgrund des Streufeldes des Vortexkerns zu einem „Unterschwingen“ von  $m_z$ , d. h.  $m_z$  nimmt ab einem bestimmten Abstand vom Zentrum negative Werte an und nähert sich asymptotisch dem Wert 0 von

„unten“. Auch dieser Fall ist in Abbildung 3.5 dargestellt. Dieser negative Anteil von  $m_z$  sollte proportional zum magnetischen Moment des Vortexkerns sein, also  $\sim J_S \pi l_m^2 h$ , und somit für sehr flache Schichten  $\sim h$  verschwinden. Dieses „Unterschwinger“-Profil von  $m_z$ , welches an einen mexikanischen Hut erinnert, kann durch obigen Ansatz (3.12) nicht beschrieben werden.

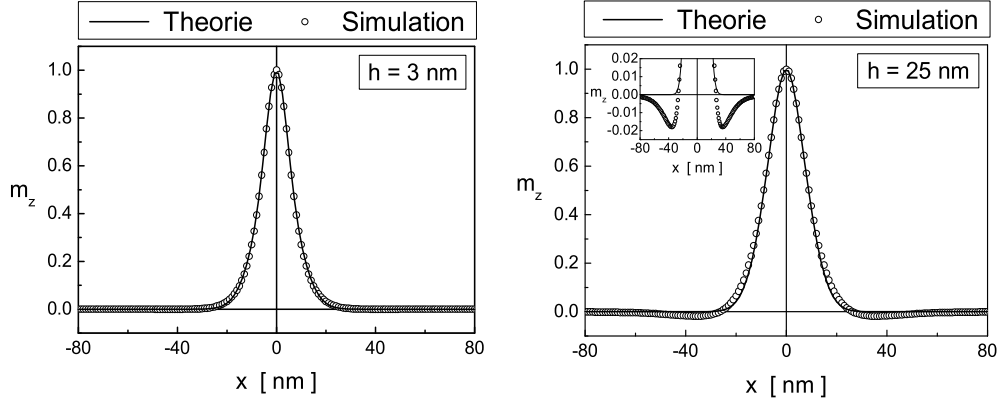


Abbildung 3.5: Profil  $m_z(r)$  eines Vortexzustands in einem Permalloy-Zylinder mit  $D = 351 \text{ nm}$  und  $h = 3 \text{ nm}$  bzw.  $h = 25 \text{ nm}$ ; der Anschaulichkeit halber ist nur der Bereich  $|x| \leq 80 \text{ nm}$  gezeigt. Im Fall  $h = 25 \text{ nm}$  ist deutlich das sog. „Mexikanerhut“-Profil zu erkennen (siehe auch Inset), welches durch den Ansatz (3.12) nicht beschrieben werden kann.

In Anlehnung an Feldtkeller und Thomas [49] bzw. Hubert [20] kann aus der Profelfunktion (3.12) der effektive Radius des Vortexkernbereiches  $R_{eff}$  bestimmt werden. Sei dazu  $\vartheta(r) = \arccos(m_z(r))$  der Winkel zwischen der magnetischen Polarisation  $\vec{J}$  und der nach außen gerichteten Oberflächennormalen senkrecht zur Schichtebene, dann kann durch  $\nu_0 \cdot R_{eff} = \pi/2$  (mit  $\nu_0 = (\partial\vartheta/\partial r)|_{r=0}$ )  $R_{eff}$  definiert werden als:

$$R_{eff} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{\nu_0} \quad (3.18)$$

Mit (3.12) erhält für  $R_{eff}$ :

$$R_{eff} = \frac{\pi}{\sqrt{6c+2}} \cdot l_m \quad (3.19)$$

In Abbildung 3.6 ist  $R_{eff}/l_m$  gegen die reduzierte Schichtdicke  $p$  aufgetragen. Man kann daraus erkennen, dass sich für Zylinder mit  $h \rightarrow 0$  der Vortexkernbereich effektiv über einen Radius von ca. dem 1.5-fachen der Austauschlänge

$l_m$  erstreckt. Im Falle von Permalloy mit  $l_m = 5.7 \text{ nm}$  würde dies heißen, dass  $R_{eff} \approx 9 \text{ nm}$  beträgt. Für Eisen mit  $l_m = 3.4 \text{ nm}$  ( $A = 21 \cdot 10^{-12} \text{ J/m}$ ,  $J_S = 2.1 \text{ T}$ ) ist  $R_{eff} \approx 5 \text{ nm}$ , was in guter Übereinstimmung zum Experiment [48] steht.

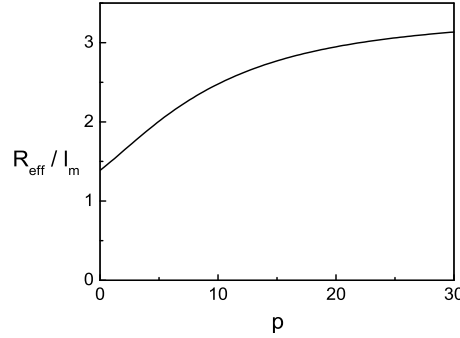


Abbildung 3.6: „Reduzierter“ effektiver Radius  $R_{eff}/l_m$  des Vortexkernbereiches, aufgetragen gegen die reduzierte Schichtdicke  $p = h/l_m$ .

Um im nächsten Abschnitt die Phasengrenze Vortex  $\leftrightarrow$  single-domain berechnen zu können, wird nachfolgend die Gesamtenergiedichte für Zylinder mit Vortexstruktur bestimmt. Dabei wird, wie es für sehr flache Schichten der Fall ist,  $c \approx \text{const.} = 0.5$  gesetzt. Für die Austauschenergiedichte ergibt sich damit:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{ex}^v &= \frac{A}{V} \int_V (\text{grad } \vec{m})^2 dV = \\
&= \frac{2A}{R^2} \cdot \left[ \int_0^{5l_m} (\text{grad } \vec{m})^2 r dr + \int_{5l_m}^R (\text{grad } \vec{m})^2 r dr \right] \approx \\
&\approx \frac{2A}{R^2} \cdot \left[ 2.67 + \ln \left( \frac{R}{5l_m} \right) \right] \quad (R \geq 5l_m) \quad (3.20)
\end{aligned}$$

Dabei wurde das erste Integral von 0 bis  $5 \cdot l_m$  numerisch integriert, der erhaltene Wert von 2.67 hängt nicht von  $l_m$  ab. Der Integrand des zweiten Integrals von  $5 \cdot l_m$  bis  $R$  konnte wegen  $m_z(r) \approx 0$  für  $r \geq 5 \cdot l_m$  durch  $1/r$  ersetzt werden.

Um die Streufeldenergiedichte analytisch berechnen zu können, wird der Grenzfall  $h \rightarrow 0$  betrachtet, für den  $(1 - \exp(-uh))/h \rightarrow u$  gilt. Aus (3.14)

ergibt sich dann:

$$\varepsilon_d^v \approx \frac{1}{2} \frac{J_S^2}{\mu_0} \left( \frac{l_m}{R} \right)^2 \quad (3.21)$$

Die Summe beider Energiedichten (3.20) und (3.21) ergibt die Gesamtenergiedichte  $\varepsilon_g^v$  einer magnetischen Vortexstruktur<sup>2</sup> in einem Zylinder ( $\eta \ll 1$ ):

$$\varepsilon_g^v \approx \frac{2A}{R^2} \cdot \left[ 2.67 + \ln \left( \frac{R}{5l_m} \right) \right] + \frac{1}{2} \frac{J_S^2}{\mu_0} \left( \frac{l_m}{R} \right)^2 \quad (3.22)$$

In der experimentellen Untersuchung von flachen zylindrischen Teilchen mit Vortexstruktur ist es im Allgemeinen so, dass nicht ein einzelner isolierter Zylinder betrachtet wird, sondern ein „Array“ von vielen gleichartigen Zylindern. Aufgrund des Streufeldes, welches der Vortexkern erzeugt, kann es zu einer Wechselwirkung dieser Zylinder untereinander kommen. Um diese Wechselwirkung abschätzen zu können, wird im Folgenden das Streufeld bzw. die Wechselwirkungsenergie zweier Vortexstrukturen berechnet. Dazu sei wieder  $\eta \ll 1$  angenommen. Das Streufeld eines einzelnen Zylinders wird nach (2.10) berechnet, wobei in (2.12) wegen  $\text{div } \vec{m} = 0$  nur das Oberflächenintegral stehen bleibt. Benutzt man hier das Koordinatensystem wie in Abbildung 3.1 gezeigt, nur um  $h/2$  in  $-z$ -Richtung verschoben, so dass die Boden- bzw. Deckfläche bei  $z = 0$  bzw.  $z = h$  ist, so erhält man:

$$\begin{aligned} \vec{H}_d^v(\vec{r}) &= -\text{grad}_{\vec{r}} \frac{J_S}{4\pi\mu_0} \int \frac{\vec{m}(\vec{r}') \cdot \vec{n}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dS' = \\ &= -\text{grad}_{\vec{r}} \frac{J_S}{4\pi\mu_0} \int_0^R r' dr' \int_0^{2\pi} d\varphi' \left[ \frac{m_z(r')}{|\vec{r} - \vec{r}'_h|} - \frac{m_z(r')}{|\vec{r} - \vec{r}'_0|} \right] \end{aligned} \quad (3.23)$$

dabei sind  $\vec{r}'_h = (r' \cos(\varphi'), r' \sin(\varphi'), h)$  und  $\vec{r}'_0 = (r' \cos(\varphi'), r' \sin(\varphi'), 0)$ . Beachtet man, dass unter Verwendung der Laplace-Transformation

$$\begin{aligned} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} &= \frac{1}{\sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(\varphi - \varphi') + (z - z')^2}} = \\ &= \int_0^\infty d\alpha \exp(-\alpha|z - z'|) \cdot \\ &\quad \cdot J_0 \left( \alpha \sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(\varphi - \varphi')} \right) = \end{aligned}$$

---

<sup>2</sup>Wegen  $\text{div } \vec{m} = 0$  trägt hier keine Volumenladungsdichte  $\lambda_V$  zur Streufeldenergie bei.

$$\begin{aligned}
&= \int_0^\infty d\alpha \exp(-\alpha|z - z'|) \cdot \left[ J_0(\alpha r) J_0(\alpha r') + \right. \\
&\quad \left. + 2 \sum_{m=1}^\infty J_m(\alpha r) J_m(\alpha r') \cos(m(\varphi - \varphi')) \right] \quad (3.24)
\end{aligned}$$

ist [52], wobei im letzten Schritt das Additionstheorem für die Besselfunktionen  $J_n$   $n$ -ter Ordnung ( $n \in \mathbf{N}_0$ ) ausgenutzt wurde [53], ergibt sich wegen

$$\int_0^{2\pi} d\varphi' \cos(k(\varphi - \varphi')) = 0 \quad (k \in \mathbf{N}, k \geq 1) \quad (3.25)$$

für  $\vec{H}_d^v(\vec{r})$  zunächst einmal

$$\begin{aligned}
\vec{H}_d^v(\vec{r}) &= -\text{grad}_{\vec{r}} \frac{J_S}{2\mu_0} \int_0^R r' dr' m_z(r') \int_0^\infty d\alpha J_0(\alpha r) J_0(\alpha r') \cdot \\
&\quad \cdot [\exp(-\alpha(h - z)) - \exp(-\alpha z)]. \quad (3.26)
\end{aligned}$$

Nun werde die Ebene parallel zur Boden- bzw. Deckfläche des Zylinders, die durch den Zylindermittelpunkt bei  $z = h/2$  geht, betrachtet: setzt man  $z = h/2$  in (3.26) ein, so bleibt lediglich die  $z$ -Komponente  $H_{d,z}^v$  von  $\vec{H}_d^v$  übrig:

$$H_{d,z}^v(r) = -\frac{J_S}{\mu_0} \int_0^R r' dr' m_z(r') \int_0^\infty \alpha d\alpha \exp\left(-\frac{\alpha h}{2}\right) J_0(\alpha r) J_0(\alpha r') \quad (3.27)$$

Um  $H_{d,z}^v(r)$  weiter auswerten zu können, werden Näherungen benutzt, die sich aus den beiden Annahmen  $R \gg l_m$  und  $r > R$  ergeben:

- a) Das Integral  $\int_0^R \dots$  kann als  $\int_0^\infty \dots$  geschrieben werden, da  $r' m_z(r')$  für  $r' \gg l_m$  verschwindet ( $|J_0(\alpha r')| \leq 1$ ).
- b) In dem Bereich, in dem  $r' m_z(r')$  nicht verschwindet, gilt  $\frac{r'}{r} \ll 1$ .

Um diese Näherungen anwenden zu können, wird das Integral  $\int_0^\infty d\alpha \dots$  bestimmt [54, 55]:

$$\int_0^\infty \alpha d\alpha \exp\left(-\frac{\alpha h}{2}\right) J_0(\alpha r) J_0(\alpha r') = \frac{k^3 h}{8\pi(r r')^{3/2}(1 - k^2)} E(k). \quad (3.28)$$

$E(k)$  ist das vollständige elliptische Integral zweiter Gattung mit

$$k^2 = \frac{4rr'}{(h/2)^2 + (r + r')^2}. \quad (3.29)$$



Wegen  $r > R$  und  $h \ll R$  ist  $k^2 \approx \frac{4rr'}{(r+r')^2} \ll 1$  in dem oben unter b) erwähnten Bereich, in dem  $r'm_z(r')$  nicht verschwindet. Eine Reihenentwicklung von  $E(k)$  liefert  $E(k) \approx \frac{\pi}{2}(1 - \frac{k^2}{4})$  für  $k^2 \ll 1$ . Werden die Terme  $(r'/r)^n$  mit  $n \geq 3$  vernachlässigt, ergibt sich für (3.28):

$$\frac{k^3 h}{8\pi(rr')^{3/2}(1 - k^2)} E(k) \approx \frac{h}{2r^3} \cdot \left[ 1 + 2 \left( \frac{r'}{r} \right)^2 \right] \quad \left( \frac{r'}{r} \ll 1 \right) \quad (3.30)$$

Beachtet man nun noch, dass

$$\int_0^R r' dr' m_z(r') \approx \int_0^\infty r' dr' m_z(r') \quad (3.31)$$

ist, und setzt man  $m_z$  aus (3.12) mit  $c = 0.5$  ein, erhält man unter Verwendung von  $\int_0^\infty x dx \exp(-a^2 x^2) = 1/(2a^2)$ :

$$H_{d,z}^v(r) \approx -\frac{J_S}{\mu_0} \cdot \frac{h \cdot l_m^2}{r^3} \cdot \left[ \frac{5}{8} + \frac{17}{4} \left( \frac{l_m}{r} \right)^2 \right] \quad (r > R \gg l_m) \quad (3.32)$$

In vielen Fällen reicht bereits der erste Term in (3.32) aus:

$$H_{d,z}^v(r) \approx -\frac{J_S}{\mu_0} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{h \cdot l_m^2}{r^3} \quad (r > R \gg l_m) \quad (3.33)$$

Das Streufeld (3.33) eines Vortexkerns besitzt also im Fernbereich Dipolcharakter. Schreibt man dem Vortexkern das magnetische Moment  $\mu_0^{-1} J_S \pi h l_m^2 \vec{e}_z$  (mit dem Einheitsvektor  $\vec{e}_z$  in  $z$ -Richtung) zu, so würde dies, bis auf einen Vorfaktor der Größenordnung  $O(1)$ , dasselbe Dipolfeld  $H_{d,z}^v$  wie in (3.33) ergeben.

Die kleinsten Permalloy-Zylinder, die sich zur Zeit experimentell herstellen lassen, haben einen Radius von ca.  $R = 50 \text{ nm}$  [56]. Damit ergibt sich bei einer Höhe  $h = 10 \text{ nm}$  und einem Abstand der beiden Vortexkerne von  $3 \cdot R = 150 \text{ nm}$  ein Streufeld, welches der eine Vortexkern am Ort des anderen Vortexkerns hervorruft, von ca.  $48 \text{ A/m}$  bzw.  $0.6 \text{ Oe}$  (zum Vergleich: das Erdmagnetfeld beträgt etwa  $0.5 \text{ Oe}$ ).

Aus (3.33) kann in einfacher Weise die Dipolenergie  $E_d^{vv}$  eines Vortexkerns im Streufeld eines anderen Vortexkerns ermittelt werden. Dazu sei angenommen, dass beide Zylinder die gleichen geometrischen Abmessungen besitzen und wiederum  $R \gg l_m$  gilt. Es gilt allgemein:

$$E_d^{vv} = - \int \vec{H}_d \cdot \vec{J} dV. \quad (3.34)$$

Befindet sich der Mittelpunkt des Zylinders, über dessen Volumen integriert wird, im Koordinatenursprung und der andere Zylindermittelpunkt am Ort  $\vec{r}_0$ , so ist das Streufeld nach (3.33)

$$\vec{H}_d^v(\vec{r}) \approx \left( 0, 0, -\frac{J_S}{\mu_0} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{h \cdot l_m^2}{|\vec{r} - \vec{r}_0|^3} \right), \quad (3.35)$$

wobei  $H_{d,r}^v = H_{d,\varphi}^v = 0$  angenommen wurde<sup>3</sup>, und  $\vec{r} = (r \cos(\varphi), r \sin(\varphi), z)$  bzw.  $\vec{r}_0 = (r_0 \cos(\varphi_0), r_0 \sin(\varphi_0), 0)$  sind. Da für den Bereich, in dem der Integrand in (3.34) nicht verschwindet,  $r \ll r_0$  gilt, und wegen  $h \ll r_0$ , kann man die Näherung  $1/|\vec{r} - \vec{r}_0|^3 \approx 1/r_0^3$  verwenden. Benutzt man wieder den Ansatz (3.12) für  $m_z$  (mit  $c = 0.5$ ) und die Näherung  $\int_0^R \dots \rightarrow \int_0^\infty \dots$ , dann erhält man

$$E_d^{vv} \approx \pm \frac{\pi J_S^2}{\mu_0} \cdot \frac{25}{16} \frac{(h \cdot l_m^2)^2}{r_0^3}. \quad (3.36)$$

Das Vorzeichen bezieht sich dabei auf die gegenseitige Orientierung (Polarisation + oder −) der Vortexkerne: bei gleicher Orientierung (d.h.  $m_z$  ist beide Male positiv bzw. negativ) hat man das Pluszeichen, bei entgegengesetzter Orientierung das Minuszeichen. Der energetische Unterschied zwischen den beiden Orientierungen beträgt damit

$$\Delta E_d^{vv} = 2 \cdot |E_d^{vv}| \approx \frac{\pi J_S^2}{\mu_0} \cdot \frac{25}{8} \frac{(h \cdot l_m^2)^2}{r_0^3}. \quad (3.37)$$

Um bei obigen Beispiel mit zwei Permalloy-Zylindern ( $R = 50 \text{ nm}$ ,  $h = 10 \text{ nm}$ , Abstand der Zylindermittelpunkte:  $150 \text{ nm}$ ) zu bleiben: der Energieunterschied für die beiden möglichen Polarisierungen beträgt  $\Delta E_d^{vv} \approx 2.4 \cdot 10^{-22} \text{ J}$  bzw.  $\Delta E_d^{vv} \approx 1.5 \cdot 10^{-3} \text{ eV}$  (im Vergleich dazu: die thermische Energie bei Zimmertemperatur beträgt etwa  $k_B T \approx 2.6 \cdot 10^{-2} \text{ eV}$ ).

### 3.3 Phasengrenze Vortex $\leftrightarrow$ single-domain

Nachdem in den vorangegangenen beiden Abschnitten die Gesamtenergiedichte sowohl für die Vortexstruktur (3.22) als auch für den single-domain-Zustand (3.3) berechnet wurde, kann nun durch Gleichsetzen dieser beiden

---

<sup>3</sup>Aufgrund der geringen Schichtdicke  $h$  werden die  $z$ -Abhängigkeit von  $\vec{H}_d^v(\vec{r})$  vernachlässigt und die obigen Ergebnisse, die man für die Ebene parallel zur Boden- bzw. Deckfläche und durch die Zylindermitte erhält, verwendet.

Energiedichten die kritische Höhe  $t_{krit}$  in Abhängigkeit vom Radius  $R$  angegeben werden, bei der die beiden Energiedichten übereinstimmen. Mit Hilfe dieser kritischen Höhe  $t_{krit}$  kann somit entschieden werden, welcher Zustand bei gegebenem Radius  $R$  und gegebener Höhe  $h$  des Zylinders energetisch günstiger ist.

Führt man dieses Gleichsetzen der beiden Energiedichten (3.22) und (3.3) aus (wobei für (3.3) die Näherung (3.4) verwendet wird), so erhält man für die kritische Höhe:

$$t_{krit} \approx 2R \left\{ \frac{1}{5.31} \left[ \exp \left( \frac{8\pi l_m^2}{2.41 R^2} \left[ 2.67 + \ln \left( \frac{R}{5l_m} \right) + \frac{1}{2} \right] \right) - 1 \right] \right\}^{\frac{1}{0.88}} \quad (3.38)$$

In Abbildung 3.7 ist diese Phasengrenze aufgetragen: oberhalb von  $t_{krit}$  ist der Vortextzustand energetisch günstiger, unterhalb von  $t_{krit}$  dagegen der single-domain-Zustand. Miteingetragen sind Daten, wie sie sich durch Energiever-

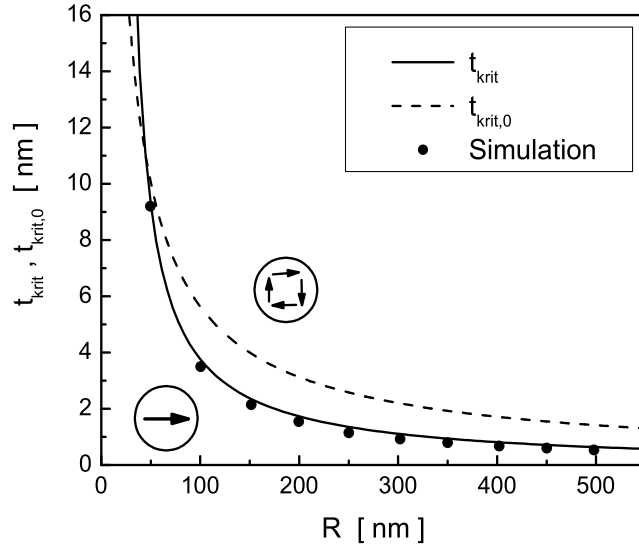


Abbildung 3.7: Kritische Höhe  $t_{krit}$  (3.38) in Abhängigkeit vom Radius  $R$  für Permalloy-Zylinder ( $A = 13 \cdot 10^{-12} \text{ J/m}$ ,  $J_S = 1 \text{ T}$ ); miteingetragen sind Simulationsergebnisse und der Verlauf  $t_{krit,0}$  für einen „gröberen“ Ansatz für  $m_z(r)$  (Einzelheiten dazu im Text).

gleich aus der Simulation ergeben, und eine weitere Phasengrenze  $t_{krit,0}$  [57], die auf einem Ansatz für  $m_z(r)$  beruht, welcher eine Auslenkung von  $J_z$  aus

der Schichtebene heraus nicht zulässt und welcher zur Vermeidung der Singularität in der Austauschenergie  $E_{ex}^v$  bei  $r = 0$  (siehe hierzu (3.8)) den inneren Bereich um  $r = 0$  herausschneidet. Darüberhinaus wird bei  $t_{krit,0}$  die Osborn'sche Näherung für abgeflachte Ellipsoide [58] für die Streufeldenergie des single-domain-Zustandes benutzt.

Wie aus der Abbildung 3.7 ersichtlich ist, stimmen die Daten der Simulation sehr gut mit dem theoretischen Wert (3.38) überein, was als ein Indiz dafür zu werten ist, dass der Ansatz (3.12) für  $m_z$  und die gemachten Näherungen sinnvoll sind. Der in Abbildung 3.7 gezeigte andere Ansatz  $t_{krit,0}$  kann offenbar die Energieverhältnisse nur sehr grob wiedergeben und kann daher nur zu einer groben Abschätzung von  $t_{krit}$  dienen.

In [59] wurde im Wesentlichen wie in [57] ebenfalls diese Phasengrenze berechnet, allerdings wurde dabei eine zusätzliche uniaxiale Kristallanisotropie berücksichtigt, welche dazu führt, dass  $t_{krit}$  für große Radien  $R$  wieder ansteigt, die Stärke des Anstiegs hängt von  $K_u$  ab. Somit sollte es theoretisch möglich sein, auch für größere Radien  $R$  einen single-domain-Zustand realisieren zu können. Allerdings wird sich bei zu großen Radien  $R$  eine Domänenaufspaltung zeigen (unter anderem begünstigt durch eine starke Kristallanisotropie), so dass die Stärke der uniaxialen Anisotropie sorgfältig gewählt werden muss.

Was hier noch zu erwähnen bleibt, ist der Übergang vom „in-plane“-single-domain-Zustand in den „out-of-plane“-single-domain-Zustand. Wird die Höhe des Zylinders größer als sein Radius, so kommt es aus energetischen Gründen ab einem bestimmten Aspektverhältnis  $\eta$  zu einer Drehung von  $\vec{J}$  aus der Ebene heraus in Richtung  $z$ -Achse. Vergleicht man die Energiedichte des in-plane-single-domain-Zustandes  $\varepsilon_d^{sd} = J_S^2/(2\mu_0) \cdot N_{xx}$  mit der des out-of-plane-single-domain-Zustandes  $\varepsilon_d^{sd,*} = J_S^2/(2\mu_0) \cdot N_{zz}$ , so ergibt sich mit  $N_{xx} = \frac{1}{2}(1 - N_{zz})$ :

$$\varepsilon_d^{sd} = \varepsilon_d^{sd,*} \iff N_{zz} = \frac{1}{3} \quad (3.39)$$

Hierbei kann jedoch für  $N_{zz}$  nicht mehr die Näherung (3.2) benutzt werden, da jetzt  $\eta \ll 1$  nicht mehr erfüllt ist. Stattdessen muss die exakte Formel für  $N_{zz}$  verwendet werden [47] ( $K$  bzw.  $E$  sind die vollständigen elliptischen Integrale erster bzw. zweiter Gattung):

$$N_{zz} = 1 - \frac{4}{3\pi\eta} \cdot \left\{ \sqrt{1 + \eta^2} \left[ \eta^2 K(\kappa) + (1 - \eta^2) E(\kappa) \right] - 1 \right\}, \quad (3.40)$$

wobei  $\kappa^2 = (1 + \eta^2)^{-1}$  ist. Graphisch erhält man damit

$$N_{zz} = \frac{1}{3} \iff \eta \approx 0.91, \quad (3.41)$$

woraus die kritische Höhe  $t_{krit, sd}$  für den Übergang vom in-plane-single-domain-Zustand in den out-of-plane-single-domain-Zustand in Abhängigkeit vom Radius  $R$  folgt:

$$t_{krit, sd} \approx 1.82 \cdot R \quad (3.42)$$

In Abbildung 3.7 eingezeichnet würde dies eine sehr steile Gerade ergeben, welche ca. bei  $h = 43 \text{ nm}$   $t_{krit}$  schneidet. Diese Höhe von 43 nm liegt weit oberhalb der hier betrachteten Werte für  $h$ , und ihr wird deshalb im Folgenden keine Bedeutung mehr zugemessen.

### 3.4 Der „verschobene“ Vortexkern

Wird an einem Zylinder mit magnetischer Vortexstruktur ein externes in-plane-Feld  $\vec{H}_{ext}$  angelegt, so wird sich aus energetischen Gründen der Bereich, in dem  $\vec{J}$  parallel zu  $\vec{H}_{ext}$  liegt, zu Ungunsten der restlichen Bereiche vergrößern. Diese Vergrößerung des energetisch günstiger liegenden Bereichs hat eine Verschiebung des Vortexkerns senkrecht zum angelegten Feld  $\vec{H}_{ext}$  zur Folge [45, 60], welche im Folgenden näher untersucht wird.

In Abbildung 3.8 ist die Situation eines aufgrund eines externen Feldes

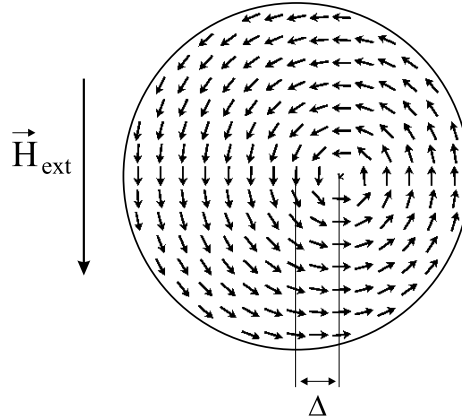


Abbildung 3.8: Zylinder mit magnetischer Vortexstruktur: der Vortexkern ist aufgrund eines externen in-plane-Feldes  $\vec{H}_{ext}$  um  $\Delta$  verschoben.

verschobenen Vortexkerns gezeigt:  $\Delta$  bezeichnet hierbei den Abstand Zylindermitte – Vortexkern. Im Weiteren soll angenommen werden, dass  $\Delta \ll R$  ist und  $\vec{J}$  wie im Fall des unverschobenen Vortexkerns tangential zu Kreisen um den Vortexkern liegt. Für den Bereich, innerhalb dessen diese Kreise nicht mehr geschlossen im Zylinder liegen, gilt daher näherungsweise (zur Definition von  $\xi$  siehe Abbildung 3.9)

$$m_x(\xi) = -\sin(\xi) \quad (3.43)$$

$$m_y(\xi) = \cos(\xi) \quad (3.44)$$

$$m_z = 0. \quad (3.45)$$

In Abbildung 3.9 ist die hier benutzte Geometrie des Problems dargestellt. Nachfolgend werden die verschiedenen Energiebeiträge für den Fall eines verschobenen Vortexkerns berechnet.

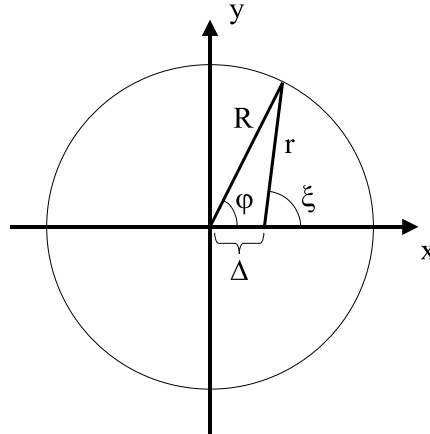


Abbildung 3.9: *Geometrie des hier betrachteten Problems eines um  $\Delta$  verschobenen Vortexkerns.*

### 3.4.1 Streufeldenergie

Zusätzlich zum Streufeld des Vortexkerns entstehen durch die Verschiebung desselben am Zylinderrand Oberflächenladungen, die zu berücksichtigen sind. Diese Oberflächenladungen sind gegeben durch

$$\sigma_S = \vec{m} \cdot \vec{n}, \quad (3.46)$$

mit  $\vec{m} = (-\sin(\xi_r), \cos(\xi_r), 0)$  und dem nach außen gerichteten Normalenvektor  $\vec{n} = (\cos(\varphi), \sin(\varphi), 0)$ . Unter Verwendung des Kosinussatzes erhält man nach Abbildung 3.9, wo der Spezialfall  $\xi = \xi_r$  dargestellt ist:

$$r^2 = R^2 + \Delta^2 - 2R\Delta \cos(\varphi) \quad (3.47)$$

$$R^2 = r^2 + \Delta^2 - 2r\Delta \cos(\pi - \xi_r) = r^2 + \Delta^2 + 2r\Delta \cos(\xi_r) \quad (3.48)$$

Löst man (3.48) nach  $\cos(\xi_r)$  auf und ersetzt man  $r$  durch (3.47), so ergeben sich unter Vernachlässigung der Terme  $(\Delta/R)^n$  ( $n \geq 2$ ) für  $\cos(\xi_r)$  und in analoger Weise für  $\sin(\xi_r) = \sqrt{1 - \cos(\xi_r)^2}$ :

$$\cos(\xi_r) \approx \cos(\varphi) - \frac{\Delta}{R} \sin(\varphi)^2 \quad (3.49)$$

$$\sin(\xi_r) \approx \sin(\varphi) \left[ 1 + \frac{\Delta}{R} \cos(\varphi) \right]. \quad (3.50)$$

Insgesamt erhält man somit für die Oberflächenladungen:

$$\sigma_S = \vec{m} \cdot \vec{n} \approx -\frac{\Delta}{R} \sin(\varphi) \quad (\Delta \ll R) \quad (3.51)$$

Beachtet man nun, dass  $\lambda_V = 0$  gilt, so ergibt sich aus (2.13) die Streufeldenergie (mit  $\vec{r} = (R \cos(\varphi), R \sin(\varphi), z)$  und  $\vec{r}' = (R \cos(\varphi'), R \sin(\varphi'), z')$ )

$$E_d^\Delta = \frac{1}{2} \frac{J_S^2}{4\pi\mu_0} \int \frac{\sigma_S(\vec{r})\sigma_S(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dS dS' \approx \quad (3.52)$$

$$\approx \frac{1}{2} \frac{J_S^2}{\mu_0} \pi \Delta^2 h \cdot \int_0^\infty \frac{d\alpha}{\alpha} \left[ 1 - \frac{1 - \exp(-\alpha h)}{\alpha h} \right] J_1^2(\alpha R), \quad (3.53)$$

wobei  $1/|\vec{r} - \vec{r}'|$  wie in (3.24) mit Hilfe der Laplace-Transformation in ein Integral umgeformt und

$$\frac{1}{\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin(\varphi) \sin(\varphi') \cos(m(\varphi - \varphi')) d\varphi d\varphi' = \delta_{m1} \quad (3.54)$$

benutzt wurde (mit dem Kronecker-Symbol  $\delta_{mn}$ ). Bezeichnet man

$$\Omega = \int_0^\infty \frac{d\alpha}{\alpha} \left[ 1 - \frac{1 - \exp(-\alpha h)}{\alpha h} \right] J_1^2(\alpha R), \quad (3.55)$$

so schreibt sich die Streufeldenergie  $E_d^\Delta$  in einfacher Weise als

$$E_d^\Delta \approx \frac{1}{2} \frac{J_S^2}{\mu_0} \pi \Delta^2 \Omega h. \quad (\Delta \ll R) \quad (3.56)$$

Das Integral  $\Omega$  kann weiter ausgewertet werden [52, 53, 54, 55]:

$$\Omega = \frac{2}{3\pi\eta} \cdot \left\{ \frac{1}{\kappa^3} \left[ (1 - \kappa^2)K(\kappa) - (1 - 2\kappa^2)E(\kappa) \right] - 1 \right\} \quad (3.57)$$

$\eta$  bezeichnet wieder das Aspektverhältnis,  $\kappa^2 = (1 + \eta^2)^{-1}$  und  $K$  bzw.  $E$  sind die vollständigen elliptischen Integrale erster bzw. zweiter Gattung. Es zeigt sich, dass  $\Omega$  exakt dem magnetometrischen Entmagnetisierungsfaktor  $N_{xx}$  eines homogen magnetisierten Zylinders entspricht, der für  $\eta \ll 1$  näherungsweise aus (3.2) berechnet werden kann.

### 3.4.2 Austauschenergie

Im Falle der Austauschenergie werden 2 Bereiche unterschieden: im ersten Bereich sind die Kreise, an denen  $\vec{J}$  tangential anliegt, geschlossen, d. h. vollständig im Zylinder, und im zweiten Bereich liegen diese Kreise nicht mehr vollständig im Zylinder. Im ersten Bereich kann man das frühere Ergebnis (3.20) übernehmen:

$$E_{ex,1}^\Delta \approx 2\pi Ah \cdot \left[ 2.67 + \ln \left( \frac{R - \Delta}{5l_m} \right) \right] \quad (3.58)$$

Im zweiten Bereich können wegen  $\Delta \ll R$  die Näherungen (3.43) - (3.45) benutzt werden, es sind jedoch die neuen Integrationsgrenzen zu berücksichtigen (der Vortexkern soll wie in Abbildung 3.9 in  $+x$ -Richtung verschoben sein,  $r$  gibt den Radius bezüglich der Vortexmitte an):

$$E_{ex,2}^\Delta \approx A \int \frac{1}{r^2} dV = Ah \int_{R-\Delta}^{R+\Delta} \frac{1}{r} dr \int_{\xi_r}^{2\pi-\xi_r} d\xi \quad (3.59)$$

Dabei ist  $\xi_r$  wegen (3.48) gegeben durch

$$\xi_r = \arccos \left( \frac{R^2 - \Delta^2 - r^2}{2r\Delta} \right) \quad (3.60)$$

Unter Verwendung von  $\arccos(x) = \pi/2 - x - x^3/6 - \dots$  erhält man mit der Substitution  $u = R - r$  und der Näherung  $(R^2 - \Delta^2 - r^2)/(2r\Delta) \approx u/\Delta$ , wobei  $|u| \leq \Delta$ :

$$\int_{R-\Delta}^{R+\Delta} \frac{dr}{r} \arccos \left( \frac{R^2 - \Delta^2 - r^2}{2r\Delta} \right) = \frac{\pi}{2} \int_{R-\Delta}^{R+\Delta} \frac{dr}{r} -$$



$$\begin{aligned}
& - \int_{-\Delta}^{\Delta} \frac{du}{R-u} \left[ \left( \frac{u}{\Delta} \right) + \left( \frac{u}{\Delta} \right)^3 + \dots \right] \approx \frac{\pi}{2} \ln \left( \frac{R+\Delta}{R-\Delta} \right) - \\
& - \frac{1}{R} \int_{-\Delta}^{\Delta} du \left[ \left( \frac{u}{\Delta} \right) + \left( \frac{u}{\Delta} \right)^3 + \dots \right] = \frac{\pi}{2} \ln \left( \frac{R+\Delta}{R-\Delta} \right)
\end{aligned} \tag{3.61}$$

Daraus folgt für  $E_{ex,2}^{\Delta}$ :

$$E_{ex,2}^{\Delta} \approx A\pi h \ln \left( \frac{R+\Delta}{R-\Delta} \right) \tag{3.62}$$

Somit ergibt sich für die gesamte Austauschenergie  $E_{ex}^{\Delta}$  des um  $\Delta$  verschobenen Vortextkerns:

$$E_{ex}^{\Delta} = E_{ex,1}^{\Delta} + E_{ex,2}^{\Delta} \approx \pi Ah \cdot \left\{ 2 \left[ 2.67 + \ln \left( \frac{R-\Delta}{5l_m} \right) \right] + \ln \left( \frac{R+\Delta}{R-\Delta} \right) \right\} \tag{3.63}$$

Dies gilt, wie oben vorausgesetzt, nur für  $\Delta \ll R$ .

### 3.4.3 Zeeman-Energie

Es sei im Folgenden ein externes Feld  $\vec{H}_{ext}$  in  $-y$ -Richtung angenommen, also  $\vec{H}_{ext} = (0, -H, 0)$  mit  $H > 0$ , so dass der Vortextkern (bei einem dem Uhrzeigersinn entgegengesetzt gerichtetem Vortextdreh Sinn, wie in Abbildung 3.8 gezeigt) um  $\Delta$  ( $\Delta \ll R$ ) in  $+x$ -Richtung verschoben wird. Die Zeeman-Energie  $E_z^{\Delta}$  ist dann gegeben durch

$$E_z^{\Delta} = - \int \vec{H}_{ext} \cdot \vec{J} dV = H J_S \int \cos(\xi) dV \tag{3.64}$$

Wie im Fall der Austauschenergie werden 2 Bereiche unterschieden: der Bereich, in dem die Kreise, an denen  $\vec{J}$  tangential anliegt, geschlossen sind, trägt nichts zum obigen Integral (3.64) bei, so dass nur der Bereich, in dem diese Kreise nicht geschlossen sind, berücksichtigt werden muss. Mit  $\xi_r$  aus (3.60) und der gleichen Substitution und der gleichen Näherung wie in (3.61) ergibt sich:

$$E_z^{\Delta} = H J_S h \int_{R-\Delta}^{R+\Delta} r dr \int_{\xi_r}^{2\pi-\xi_r} \cos(\xi) d\xi \approx \tag{3.65}$$

$$\approx -2H J_S h \int_{-\Delta}^{\Delta} (R-u) \sqrt{1 - \left( \frac{u}{\Delta} \right)^2} du \tag{3.66}$$

Die Auswertung des Integrals in (3.66) liefert:

$$E_z^{\Delta} \approx -H J_S \pi \Delta R h \quad (\Delta \ll R) \tag{3.67}$$

### 3.4.4 Gesamtenergie

In Abbildung 3.10 sind die drei Energien (3.56), (3.63) und (3.67) für den Fall eines Permalloy-Zylinders mit Durchmesser 300 nm und Höhe 4 nm aufgetragen. Für die Zeeman-Energie  $E_z^\Delta$  wurde  $H = 40$  Oe gewählt. Miteingetragen ist die Summe dieser drei Energien<sup>4</sup>, also die Gesamtenergie  $E_g^\Delta$ , welche bei  $\Delta_0 \approx 29$  nm ein Minimum besitzt. Dieses  $\Delta_0$  gibt die Gleichgewichtslage

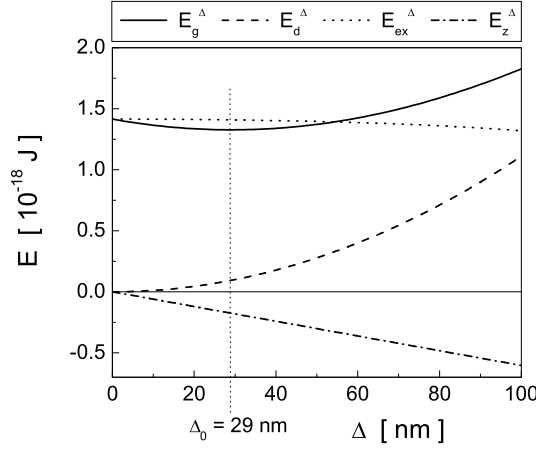


Abbildung 3.10: *Energien eines verschobenen Vortexkerns in Abhängigkeit von der Verschiebung  $\Delta$ ; hier: Permalloy-Zylinder mit Radius 150 nm, Höhe 4 nm und angelegtem externen Feld in  $-y$ -Richtung von 40 Oe.*

(also Verschiebung) an, welche der Vortexkern bei gegebenem externen Feld einnimmt, und kann näherungsweise durch Minimierung von  $E_g^\Delta$  bezüglich  $\Delta$  analytisch bestimmt werden:

$$\frac{\partial}{\partial \Delta} E_g^\Delta \Big|_{\Delta=\Delta_0} = \frac{\partial}{\partial \Delta} (E_d^\Delta + E_{ex}^\Delta + E_z^\Delta) \Big|_{\Delta=\Delta_0} = 0 \quad (3.68)$$

Setzt man die oben angegebenen Formeln (3.56), (3.63) und (3.67) unter Beachtung, dass  $(\partial E_{ex}^\Delta / \partial \Delta) \approx -2\pi Ah\Delta/R^2$  für  $\Delta \ll R$  gilt, in diese Minimierungsbedingung ein, so folgt:

$$\frac{\Delta_0}{R} \cdot \left( \Omega - \frac{l_m^2}{R^2} \right) = \frac{H\mu_0}{J_S} \quad (3.69)$$

<sup>4</sup>Die Streufeldenergie des Vortexkerns wurde hier nicht mitangegeben, da sie für  $\Delta \ll R$  einen konstanten Beitrag zur Gesamtenergie liefert und daher bei der nachfolgenden Berechnung der Gleichgewichtslage  $\Delta_0$  keinen Einfluss hat.

Im Fall von Abbildung 3.10 ( $\Omega \approx 0.0221$ ) ergibt sich damit  $\Delta_0 \approx 29.0$  nm.

Nachdem bisher stets  $\Delta \ll R$  vorausgesetzt wurde, soll nun im Folgenden diese Annahme fallengelassen werden, wodurch die verschiedenen Energiebeiträge numerisch berechnet werden müssen.

### 3.4.5 Numerische Behandlung des verschobenen Vortextkerns

Die bisher hergeleiteten Formeln für den verschobenen Vortextkern waren nur für  $\Delta \ll R$  gültig. Diese Annahme wird nun fallengelassen, so dass beliebige Verschiebungen  $\Delta$  erlaubt sind, sogar  $\Delta > R$ . Somit entspricht der Übergang  $\Delta = 0 \rightarrow \Delta = \infty$  dem Übergang Vortex  $\rightarrow$  single-domain. Mitberücksichtigt wird nun auch die Streufeldenergie des Vortextkerns, wobei die Profilkfunktion (3.12) mit (3.17) benutzt wird. Dieser Profilkfunktion entsprechend werden auch die Austauschenergie und die Zeeman-Energie modifiziert (was vor allem im Bereich  $\Delta \approx R$  zum Tragen kommt). Allerdings wird weiterhin angenommen, dass die Form des Vortex für jedes  $\Delta$  stabil bleibe, d.h.  $\vec{J}$  liege stets tangential an Kreisen um den Vortextkern.

Die Streufeldenergie wird nach (3.52) berechnet, wobei der Zylinderrand in kleine, äquidistante Bogenelemente  $\psi_k$  aufgeteilt wird, auf denen die Oberflächenladungen  $\sigma_S$  konstant sein sollen. Das Doppelintegral in (3.52) kann dann als Doppelsumme geschrieben werden:

$$E_d^\Delta \approx \frac{1}{8} \frac{J_S^2 R^2}{\pi \mu_0} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} \sigma_i \sigma_j \cdot y_{ij}(R, h) \quad (3.70)$$

$N$  bedeutet hierbei die Anzahl der Bogenelemente,  $\sigma_k$  ist die auf dem  $k$ -ten Bogenelement  $\psi_k$  konstante Oberflächenladung (in der Mitte des Bogenelements genommen) und die Faktoren  $y_{ij}$  sind gegeben durch

$$y_{ij}(R, h) = \int_0^h dz \int_0^h dz' \int_{\psi_i} d\varphi \int_{\psi_j} d\varphi' \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|}. \quad (3.71)$$

Dabei sind  $\vec{r} = (R \cos(\varphi), R \sin(\varphi), z)$  und  $\vec{r}' = (R \cos(\varphi'), R \sin(\varphi'), z')$ . Die Integrationen über  $z$  und  $z'$  können analytisch berechnet werden, während die Integrationen über  $\varphi$  und  $\varphi'$  entlang der Bogenelemente  $\psi_i$  und  $\psi_j$  numerisch behandelt werden müssen.

Ebenso wie die Streufeldenergie werden die Austauschenergie (2.3) und die Zeeman-Energie (2.7) in Abhängigkeit von  $\Delta$  numerisch bestimmt. In

Abbildung 3.11 sind die Energiedichten  $\varepsilon^\Delta = E^\Delta/V$  (mit dem Zylindervolumen  $V$ ) für einen Permalloy-Zylinder mit  $R = 150\text{ nm}$  und  $h = 4\text{ nm}$  gezeigt, das externe Feld wurde wieder in  $-y$ -Richtung angenommen mit einer Stärke von  $H = 40\text{ Oe}$ . In Abbildung 3.12 werden die oben hergeleiteten Formeln (3.56), (3.63), (3.67) für kleine Verschiebungen  $\Delta$  und deren Summe als Gesamtenergiedichte  $\varepsilon_g^\Delta$ , wobei zu  $\varepsilon_d^\Delta$  und  $\varepsilon_g^\Delta$  die Streufeldenergiedichte des unverschobenen Vortexkerns als Konstante addiert wurde, mit den numerisch ermittelten Energiedichten verglichen. In diesen beiden Abbildungen

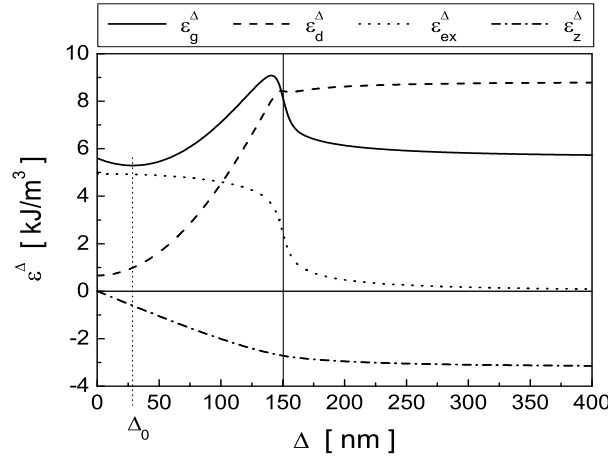


Abbildung 3.11: *Numerisch ermittelte Energiedichten eines verschobenen Vortexkerns als Funktion der Verschiebung  $\Delta$  (Permalloy-Zylinder mit Radius 150 nm, Höhe 4 nm und angelegtem externen Feld in  $-y$ -Richtung von 40 Oe). Die senkrechte Linie bei  $\Delta = 150\text{ nm}$  kennzeichnet den Radius und somit den Rand des Zylinders.*

3.11 und 3.12 sind einige Dinge auffällig:

- Die für kleine Verschiebungen  $\Delta$  geltenden Formeln (3.56), (3.63), (3.67) geben die numerisch ermittelten Energiedichten für  $0 \leq \Delta \leq \frac{2}{3}R$  erstaunlich gut wieder, also auch in einem Bereich, in dem  $\Delta \ll R$  nicht mehr erfüllt ist.
- Die von Null verschiedene Streufeldenergiedichte bei  $\Delta = 0$  wird vom Streufeld des Vortexkerns verursacht.
- In der Umgebung von  $\Delta = R$  ändert sich die Austauschenergiedichte

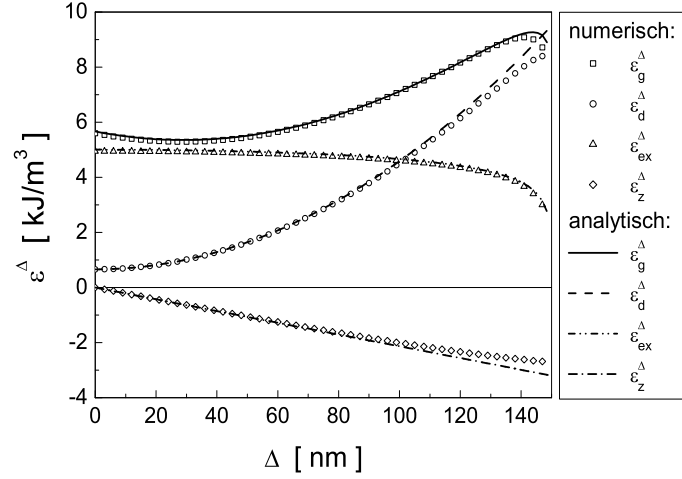


Abbildung 3.12: Vergleich der numerisch ermittelten Energiedichten mit den analytisch gewonnenen Formeln (3.56), (3.63), (3.67) für kleine Verschiebungen  $\Delta$  und deren Summe als Gesamtenergiedichte  $\varepsilon_g^\Delta$ . Zu den analytisch hergeleiteten Energiedichten  $\varepsilon_d^\Delta$  und  $\varepsilon_g^\Delta$  wurde die Streufeldenergiedichte des unverschobenen Vortexkerns als Konstante addiert. Es wird derselbe Zylinder wie in Abbildung 3.11 betrachtet.

drastisch. Dies bedeutet, dass ein sehr großer Teil der Austauschenergiedichte im Vortexkern steckt.

- d) Die Bereiche „Vortex“ und „single-domain“ sind durch eine Energiebarriere voneinander getrennt. Der Vortexkern wird sich (ausgehend vom Vortexzustand) zunächst entlang des lokalen Minimums  $\Delta_0$  verschieben. Wird die Barriere z. B. durch ein externes Feld überwunden, wandert das lokale Minimum  $\Delta_0$  gegen  $\infty$ , d. h. der Vortexzustand geht in den single-domain-Zustand über. Solange die Energiebarriere vorhanden ist, wird der Vortexkern im Zylinder festgehalten, auch wenn der single-domain-Zustand eine geringere Gesamtenergie besitzt, d. h. es liegt ein metastabiler Zustand vor.

Aus Abbildung 3.11 kann wieder eine Gleichgewichtslage von  $\Delta_0 \approx 29 \text{ nm}$  abgelesen werden, in guter Übereinstimmung zu den obigen Ergebnissen.

Wird nun das externe Feld erhöht, so wird sich, wie eben erwähnt, das lokale Minimum  $\Delta_0$  der Gesamtenergiedichte  $\varepsilon_g^\Delta$  weiter zum Rand des Zy-

linders hin verschieben, bis es ganz verschwindet und der Vortexzustand in den single-domain-Zustand übergeht. Diese Feldstärke, bei dem das lokale Minimum  $\Delta_0$  im Bereich  $0 \leq \Delta \leq R$  zu einem Wendepunkt wird (d.h. verschwindet), wird als „Annihilationsfeld“  $H_{ann}$  bezeichnet. In Abbildung 3.13 ist diese Situation für den gleichen Zylinder wie in Abbildung 3.11 gezeigt. Dabei sei darauf hingewiesen, dass der Vortexkern nicht bis zum Rand

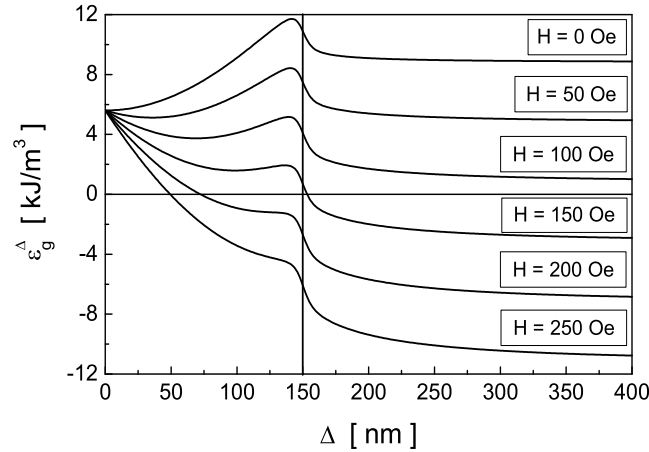


Abbildung 3.13: Numerisch ermittelte Gesamtenergiedichte eines Vortexkerns als Funktion der Verschiebung  $\Delta$  (Permalloy-Zylinder mit Radius 150 nm, Höhe 4 nm) für verschiedene Stärken des externen Feldes in  $-y$ -Richtung.

$\Delta = R$  des Zylinders verschoben werden muss, um ihn zu „annihilieren“, sondern dass der Vortexzustand bereits früher in den single-domain-Zustand mündet.

Experimentell wurden diese Annihilationsfelder für flache Zylinder mit unterschiedlichen geometrischen Abmessungen bestimmt [45] und können daher mit den numerischen Ergebnissen verglichen werden. In Abbildung 3.14 sind die experimentellen und numerischen Werte  $H_{ann}$  für zwei verschieden hohe Zylinder aufgetragen; benutzt wurden hierbei der experimentell ermittelte Wert  $J_S = 0.96 \text{ T}$  [45],  $A = 13 \cdot 10^{-12} \text{ J/m}$  und  $K_u = 0$ . Wie aus Abbildung 3.14 ersichtlich ist, liegen die numerisch berechneten Werte für  $H_{ann}$  um etwa 20 - 30 % über den experimentellen Werten. Zur Begründung für diese Abweichung können drei verschiedene Ursachen herangezogen werden:

- 1.) In den Experimenten war neben dem in-plane-Feld auch ein nicht ver-

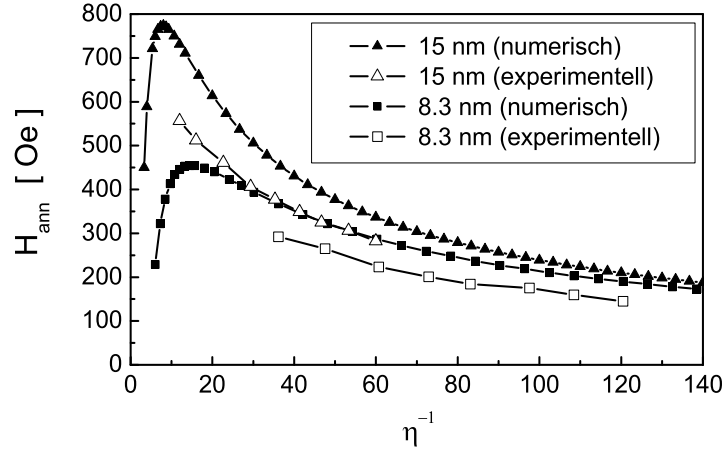


Abbildung 3.14: Experimentell und numerisch bestimmte Annihilationsfelder  $H_{ann}$  in Abhängigkeit vom inversen Aspektverhältnis  $\eta^{-1}$  für zwei verschiedenen hohe Permalloy-Zylinder ( $h = 8.3 \text{ nm}$  und  $h = 15 \text{ nm}$ ) mit  $J_S = 0.96 \text{ T}$ ,  $A = 13 \cdot 10^{-12} \text{ J/m}$  und  $K_u = 0$ .

nachlässigbares out-of-plane-Feld vorhanden, was in mikromagnetischen Simulationen, die diese Experimente möglichst exakt nachzustellen versuchten, zu einer, vom inversen Aspektverhältnis  $\eta^{-1}$  abhängigen Erniedrigung der Annihilationsfelder führte [45]. So kommt es z. B. bei einer Zylinderhöhe von  $h = 15 \text{ nm}$  für  $\eta^{-1} \approx 15$  zu einer Reduktion von  $H_{ann}$  um ca. 10%, während für zunehmendes  $\eta^{-1}$  der Einfluss des out-of-plane-Feldes zusehends abnimmt. Bei einer Zylinderhöhe von  $h = 8.3 \text{ nm}$  ist der Effekt des out-of-plane-Feldes deutlich geringer.

- 2.) Die Experimente wurden bei Zimmertemperatur ausgeführt, während in sämtlichen numerischen Rechnungen thermische Fluktuationen vernachlässigt wurden. Temperaturabhängige Messungen zeigten jedoch [61, 62], dass die thermischen Einflüsse zu einer nicht unerheblichen Reduzierung von  $H_{ann}$  führen können. So tritt beispielsweise bei Permalloy-Quadraten (Kantenlänge 200 nm, Höhe 20 nm) mit magnetischer Landau-Konfiguration (siehe Kapitel 7), welche der Vortexkonfiguration in einem Zylinder ähnlich ist, mit steigender Temperatur innerhalb des Bereiches von 5 K bis 300 K eine Verminderung von  $H_{ann}$  um ca. 10% auf [62]. Die oben erwähnte Energiebarriere zwischen den Zuständen Vortex und single-domain kann offenbar aufgrund thermischer Effekte

mit zunehmender Temperatur leichter überwunden werden.

- 3.) In den numerischen Rechnungen wurde angenommen, dass die Form des Vortex für jede Verschiebung  $\Delta$  stabil bleibt, d.h. dass  $\vec{J}$  stets tangential auf Kreisen um den Vortexkern liegt. In Simulationen zeigt sich allerdings, dass diese Annahme nur eine Näherung ist: um das Streufeld einer verschobenen Vortexstruktur, welches am Zylinderrand durch die Oberflächenladungen  $\sigma_S = \vec{m} \cdot \vec{n}$  entsteht, zu vermindern, „knicken“ die Spins (zu Ungunsten der Austauschenergie) am Rand etwas ein, um  $\sigma_S$  zu verkleinern (die Spins „schmiegen“ sich also an den Rand an), was zu einer Verformung bzw. Verzerrung der Vortexstruktur führt. Da dieses Streufeld der Verschiebung des Vortexkerns durch ein externes Feld entgegenwirkt, verursacht eine Verminderung des Streufeldes auch eine Abnahme von  $H_{ann}$ . In Abbildung 3.15 sind der obere Ast einer Hysteresekurve [50, 63] und die Streufeld- und Austauschenergie als Funktion der Verschiebung  $\Delta$  des Vortexkerns gezeigt, wie sie sich aus der Simulation bzw. aus den numerischen Rechnungen ergeben (die Streufeldenergie wurde für  $\Delta = 0$  auf Null gesetzt). Hierbei ist der

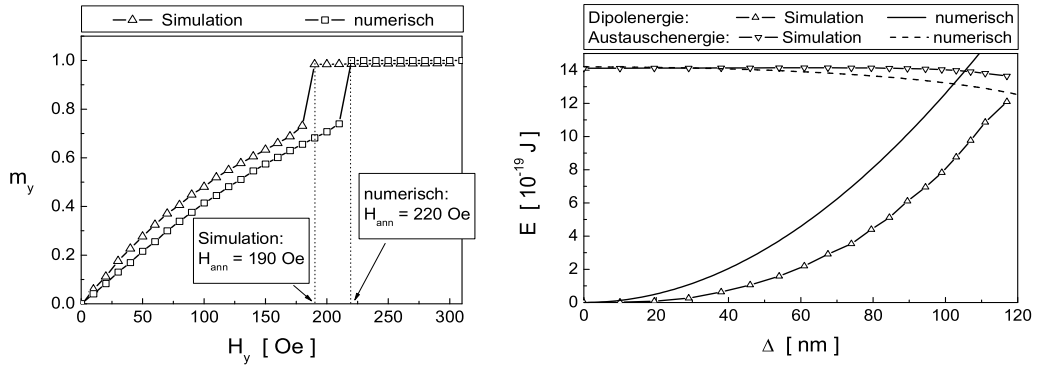


Abbildung 3.15: Vergleich zwischen Simulation und numerischer Rechnung (Permalloy-Zylinder mit  $R = 150$  nm,  $h = 4$  nm,  $J_S = 1.08$  T). Links: oberer Ast einer Hysteresekurve (das externe Feld lag in  $+y$ -Richtung, die Annullationsfelder  $H_{ann}$  sind miteingezeichnet). Rechts: Dipol- und Austauschenergie als Funktion der Verschiebung  $\Delta$  des Vortexkerns (die Dipolenergie wurde für  $\Delta = 0$  auf Null gesetzt).

angesprochene Effekt der „Vortexverformung“ deutlich sichtbar: in der



Simulation ist der Verlauf von  $m_y$  insgesamt „rundlicher“ und das Annihilationsfeld  $H_{ann}$  liegt etwa 15% unter dem berechneten Wert. Die Streufeldenergie zeigt zwar wie in den numerischen Rechnungen eine quadratische Abhängigkeit von  $\Delta$ , sie wird jedoch im hier benutzten Modell einer formstabilen Vortexstruktur stark überschätzt, wohingegen die Austauschenergie unterschätzt wird<sup>5</sup>.

Unter Berücksichtigung dieser drei Umstände, welche in den numerischen Rechnungen vernachlässigt wurden, können die Abweichungen zwischen Experiment und Theorie erklärt werden. Aber ungeachtet dieser Abweichungen spiegelt sich in Abbildung 3.14 der qualitative Verlauf von  $H_{ann}$  und der quantitative Sprung zwischen den beiden Zylinderhöhen sehr schön wider. Guslienکو und Metlov [64] haben ebenfalls die experimentellen Daten von M. Schneider mit ihrem theoretischen Ergebnis verglichen, jedoch wird aufgrund ihres Ansatzes für die Profilkfunktion  $m_z(r)$  [51] und der benutzten Näherungen das Annihilationsfeld  $H_{ann}$  für kleine inverse Aspektverhältnisse drastisch überschätzt.

Nachdem sich (wie in Abbildung 3.12 gezeigt) herausstellte, dass die analytisch gewonnenen Formeln für den verschobenen Vortexkern (3.56), (3.63) und (3.67) über den Bereich  $\Delta \ll R$  hinaus näherungsweise gültig sind, und da der Vortexkern nicht bis zu  $\Delta = R$  verschoben zu werden braucht, um annihiliert zu werden, wird hier abschließend auf der Grundlage der Formeln (3.56), (3.63) und (3.67) eine analytische Formel für das Annihilationsfeld  $H_{ann}$  hergeleitet. Die Bedingungen für die Annihilation des Vortex sind, dass die erste und zweite Ableitung der Gesamtenergie  $E_g^\Delta = E_d^\Delta + E_{ex}^\Delta + E_z^\Delta$  nach der Verschiebung  $\Delta$  bei  $\Delta = \Delta_0$  verschwinden müssen ( $\Delta_0$  muss ein Wendepunkt sein). Das Verschwinden der ersten Ableitung ergibt die in (3.69) angegebene Beziehung, die ohne die in (3.69) gemachte Näherung für die Ableitung der Austauschenergie  $\partial E_{ex}^\Delta / \partial \Delta$  lautet:

$$\frac{\mu_0 H_{ann}}{J_S} = \Omega \frac{\Delta_0}{R} - l_m^2 \frac{\Delta_0}{R} \frac{1}{(R + \Delta_0)(R - \Delta_0)} \quad (3.72)$$

Das Verschwinden der zweiten Ableitung liefert für  $\Delta_0$  die Beziehung

$$\Delta_0^2 = \frac{1}{2\Omega} \left[ (l_m^2 + 2R^2\Omega) \pm \sqrt{l_m^2(l_m^2 + 8R^2\Omega)} \right]. \quad (3.73)$$

---

<sup>5</sup>Dabei sei jedoch darauf hingewiesen, dass der Einfluss der stufenförmigen Anpassung des Zylinderrands in der Simulation (siehe Abbildung 5.7) auf das Streufeld, und damit auf die Streufeldenergie, nicht bekannt ist.

Hierbei ist in der eckigen Klammer nur das negative Vorzeichen sinnvoll, da bei positivem Vorzeichen  $|\Delta_0| > R$  folgen würde. Setzt man den aus (3.73) folgenden positiven Wert für  $\Delta_0$  in (3.72) ein, so erhält man das Annihilationsfeld  $H_{ann}$  als Funktion von  $h$ ,  $R$ ,  $l_m$  und  $J_S$  ( $\Omega$  hängt ja bekanntlich nur von  $h$  und  $R$  ab). In Abbildung 3.16 werden die analytischen und numerisch ermittelten Werte für  $H_{ann}$ , für die bereits in Abbildung 3.14 betrachteten Schichtdicken, miteinander verglichen.

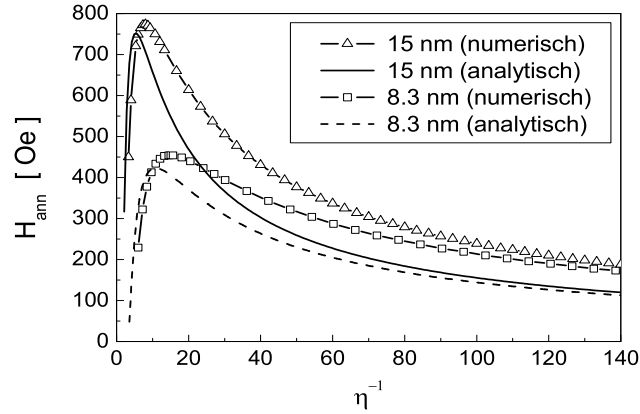


Abbildung 3.16: Analytisch und numerisch bestimmte Annihilationsfelder  $H_{ann}$  in Abhängigkeit vom inversen Aspektverhältnis  $\eta^{-1}$  für zwei verschieden hohe Permalloy-Zylinder ( $h = 8.3 \text{ nm}$  und  $h = 15 \text{ nm}$ ) mit  $J_S = 0.9676 \text{ T}$ ,  $A = 13 \cdot 10^{-12} \text{ J/m}$  und  $K_u = 0$ .

Die starken Abweichungen zwischen analytisch und numerisch bestimmtem  $H_{ann}$  verdeutlichen, dass die Näherungen (3.56), (3.63) und (3.67) doch nur bedingt das Verhalten der Vortexstruktur für große Verschiebungen  $\Delta \approx R$  des Vortexzentrums wiedergeben.

### 3.5 Exkurs: Magnetostatik von Kreisingen

Nachdem bisher stets Zylinder betrachtet wurden, soll nun noch kurz auf die Magnetostatik flacher Kreisinge eingegangen werden, die Vortexstruktur soll hierbei nicht verschoben sein. Wie aus Abbildung 3.11 ersichtlich ist, steckt im Vortexkern ein beträchtlicher Teil der gesamten Austauschenergie

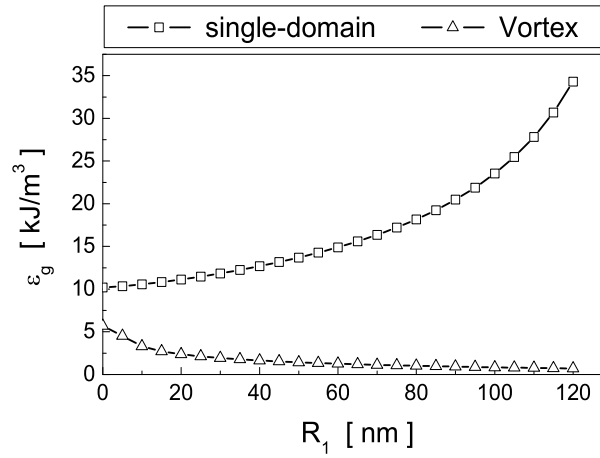


Abbildung 3.17: Numerisch berechnete Gesamtenergiedichten für einen Permalloy-Kreisring (äußerer Radius  $R_2 = 150$  nm, Höhe  $h = 4$  nm) mit Vortexstruktur bzw. homogener magnetischer Polarisierung („single-domain“) in Abhängigkeit vom inneren Radius  $R_1$ .

der Vortexstruktur. Schneidet man daher den inneren Teil mitsamt dem Vortexkern aus, so wird sich eine deutliche Erniedrigung der Austauschenergie ergeben. Beim homogen magnetisierten Kreisring kommt es dagegen durch die zusätzlichen Oberflächenladungen im inneren Ausschnitt zu einer Erhöhung der Streufeldenergie. Insgesamt wird durch das Ausschneiden des inneren Bereichs die Stabilität der Vortexstruktur gegenüber dem homogen magnetisierten Kreisring untermauert. In Abbildung 3.17 sind die numerisch berechneten Gesamtenergiedichten eines Permalloy-Kreisrings (Höhe  $h = 4$  nm) für den Fall einer Vortexstruktur bzw. einer homogenen magnetischen Polarisierung („single-domain“-Zustand) aufgetragen. Der äußere Radius  $R_2 = 150$  nm blieb fixiert, während der innere Radius  $R_1$  variiert wurde. Wie daraus abzulesen ist, klaffen die beiden Gesamtenergiedichten mit zunehmendem inneren Radius  $R_1$  immer stärker auseinander, wodurch der Vortexzustand im Vergleich zum „single-domain“-Zustand zunehmend an Stabilität gewinnt: dies macht sich experimentell unter anderem durch die erhöhten Annihilationsfelder bemerkbar [65].

Interessant ist aber hierbei nicht nur der Vergleich Vortex  $\leftrightarrow$  „single-domain“ in einem Kreisring, sondern vor allem auch der Vergleich der Vortexstruktur in einem Zylinder mit derjenigen in einem Kreisring. In einem

Zylinder (also  $R_1 = 0$ ) ist die Austauschenergiedichte nach (3.20) gegeben durch

$$\varepsilon_{ex}^v \approx \frac{2A}{R_2^2} \cdot \left[ 2.67 + \ln \left( \frac{R_2}{5l_m} \right) \right] \quad (R_2 \geq 5l_m) \quad (3.74)$$

Wird nun angenommen, dass  $R_1$  „genügend groß“ ist<sup>6</sup>, um den Ansatz (3.5) - (3.7) für die Vortexstruktur in einem Kreisring benutzen zu können, ergibt sich aus (3.8) (mit den Integrationsgrenzen  $R_1$  und  $R_2$ ) für die Austauschenergiedichte  $\varepsilon_{ex}^{v,r}$  einer Vortexstruktur in einem Kreisring:

$$\varepsilon_{ex}^{v,r} \approx \frac{2A}{R_2^2 - R_1^2} \cdot \ln \left( \frac{R_2}{R_1} \right) \quad (R_1 \geq R_{eff}). \quad (3.75)$$

Abbildung 3.18 zeigt die beiden Austauschenergiedichten (3.74) und (3.75) in Abhängigkeit von  $R_1$ : (3.75) nimmt gegenüber (3.74) deutlich mit zunehmendem  $R_1$  ab. Interessant ist diese Art der Stabilisierung der Vortexstruk-

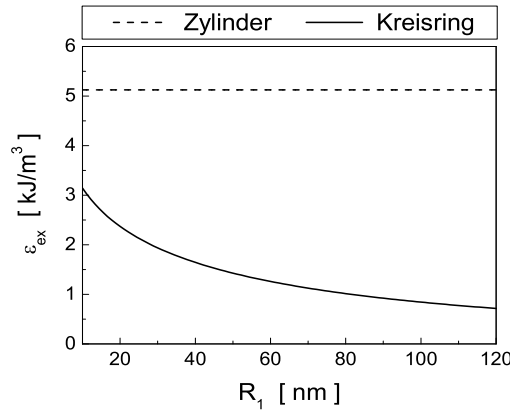


Abbildung 3.18: Vergleich der Austauschenergiedichte einer Vortexstruktur in einem Permalloy-Zylinder ( $R_1 = 0$ ) (3.74) mit derjenigen in einem Permalloy-Kreisring (3.75) in Abhängigkeit vom inneren Radius  $R_1$ , aufgetragen für  $R_1 \geq 10 \text{ nm}$ ; hierbei wurde  $R_2 = 150 \text{ nm}$  gesetzt.

tur vor allem für die möglichen Anwendungen zur Informationsspeicherung. So können z. B. gezielt 2 Löcher in einen Zylinder „gestanzt“ werden, die dezentriert um die Zylindermite liegen und in denen der Vortexkern aufgrund der oben genannten energetischen Gründe festgepinnt wird. Durch ein

<sup>6</sup>„Genügend groß“ kann durch  $R_1 \geq R_{eff}$  (mit  $R_{eff}$  aus (3.19)) näher spezifiziert werden.

äußeres Feld kann der Vortexkern zwischen diesen beiden Löchern hin- und hergeschaltet werden, wobei sich die magnetische Polarisation  $\vec{J}$  zwischen den beiden Löchern (bei festem Vortex-Drehsinn) um ca.  $180^\circ$  dreht (vgl. Abbildung 3.19). In diesem Bereich kann man also zwei Zustände ( $+\vec{J}$  bzw.

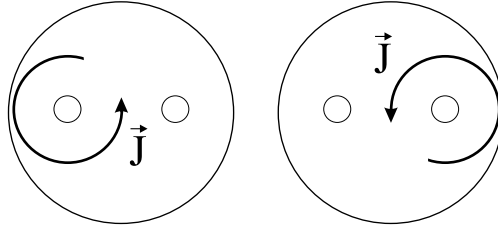


Abbildung 3.19: Gezielt in eine flache Zylinderstruktur „eingestanzte“ Löcher, in denen das Vortexzentrum gepinnt wird: durch das Hin- und Herschalten des Vortexkerns erreicht man im Bereich zwischen den Löchern eine Drehung von  $\vec{J}$  um ca.  $180^\circ$ .

$-\vec{J}$ ) definieren, die eine Speichereinheit (1 bit) darstellen. Näheres dazu findet man unter anderem in [66, 67].

Soweit zur Magnetostatik von flachen zylindrischen Strukturen bzw. Kreislernen. Im nächsten Kapitel werden grundlegende Aspekte der Magnetisierungsdynamik in homogen magnetisierten Teilchen behandelt, wobei ich mich wieder auf die flache Zylinderstruktur besonders konzentrieren werde.

# Kapitel 4

## Dynamische Aspekte homogen magnetisierter Ellipsoide und flacher Kreisstrukturen

In diesem Kapitel wird die Ummagnetisierungsdynamik von homogen magnetisierten Festkörpern behandelt, wobei „homogen magnetisiert“ heißen soll, dass zu jeder Zeit die Homogenität der magnetischen Polarisation vorausgesetzt wird. Dadurch lassen sich einige grundlegende Aspekte der Dynamik sichtbar machen, die tiefere Einblicke in die durch die LLG-Gleichung beschriebenen Bewegungsabläufe gewähren. Der einfachste Fall ist die homogen magnetisierte Kugel, die weitgehend analytisch behandelt werden kann.

### 4.1 Homogen magnetisierte Kugel

Betrachtet werde eine Kugel mit homogener magnetischer Polarisation, die sich in einem externen Feld  $\vec{H}_{ext} = (-H_x, 0, 0)$  ( $H_x > 0$ ) befinden soll (siehe Abb. 4.1). Bei verschwindender Kristallanisotropie und wegen  $\text{div grad } \vec{m} = 0$  (kein Austauschfeld) ist das effektive Feld gegeben durch:

$$\vec{H}_{eff} = \begin{pmatrix} -H_x - \frac{J_S}{3\mu_0} m_x \\ -\frac{J_S}{3\mu_0} m_y \\ -\frac{J_S}{3\mu_0} m_z \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

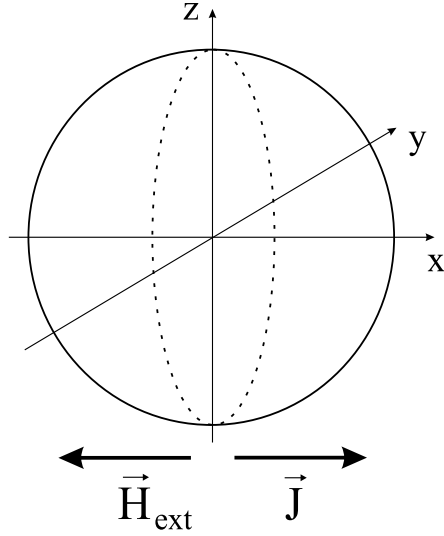


Abbildung 4.1: *Homogen magnetisierte Kugel in einem externen Feld  $\vec{H}_{ext} = (-H_x, 0, 0)$  ( $H_x > 0$ ).*

Das Streufeld ergibt sich aus (2.14), wobei der Entmagnetisierungstensor  $\hat{N}$  im Falle einer Kugel zum Skalar  $\frac{1}{3}$  entartet. Damit ergeben sich

$$\vec{m} \times \vec{H}_{eff} = \begin{pmatrix} 0 \\ -H_x m_z \\ H_x m_y \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

und

$$\vec{m} \times (\vec{m} \times \vec{H}_{eff}) = \begin{pmatrix} H_x (1 - m_x^2) \\ -H_x m_x m_y \\ -H_x m_x m_z \end{pmatrix}, \quad (4.3)$$

woraus die LLG-Gleichung (2.24) für den hier betrachteten Fall folgt:

$$\dot{\vec{m}} = -\frac{|\gamma_0|}{(1 + \alpha^2)} \cdot \begin{pmatrix} \alpha H_x (1 - m_x^2) \\ -H_x m_z - \alpha H_x m_x m_y \\ H_x m_y - \alpha H_x m_x m_z \end{pmatrix}. \quad (4.4)$$

Man erhält damit zunächst für die  $x$ -Komponente der magnetischen Polarisation:

$$\dot{m}_x = -\frac{|\gamma_0|\alpha}{(1 + \alpha^2)} \cdot H_x \cdot (1 - m_x^2). \quad (4.5)$$

Mit der Anfangsbedingung  $m_x(t = 0) = 0.99$  (es wird eine kleine Abweichung von der  $x$ -Richtung angenommen, um ein wirkendes Drehmoment zu erzeugen) und  $\operatorname{artanh}(0.99) \approx 2.65$  erhält man als Lösung von (4.5)

$$m_x(t) = -\tanh\left(\frac{\alpha\omega}{(1+\alpha^2)} \cdot t - 2.65\right), \quad (4.6)$$

wobei  $\omega = |\gamma_0|H_x$  ist. Differentiation der Relation  $m_x^2 + m_y^2 + m_z^2 = 1$  nach der Zeit ergibt

$$\dot{m}_x m_x + \dot{m}_y m_y + \dot{m}_z m_z = 0. \quad (4.7)$$

Werden hierin  $\dot{m}_y$  und  $\dot{m}_z$  aus der LLG-Gleichung (4.4) eingesetzt, erhält man (mit der Anfangsbedingung  $m_y(t = 0) = 0$ ) für die beiden anderen Komponenten:

$$m_y(t) = \frac{\sin\left(\frac{\omega t}{(1+\alpha^2)}\right)}{\cosh\left(\frac{\alpha\omega t}{(1+\alpha^2)} - 2.65\right)} \quad (4.8)$$

$$m_z(t) = \frac{\cos\left(\frac{\omega t}{(1+\alpha^2)}\right)}{\cosh\left(\frac{\alpha\omega t}{(1+\alpha^2)} - 2.65\right)} \quad (4.9)$$

Es sei nun angenommen, dass die Kugel als ummagnetisiert gilt, wenn  $m_x(t_r) = -0.99$  ist, mit der Ummagnetisierungszeit  $t_r$ . Dann folgt für  $t_r$ :

$$t_r = 5.3 \frac{(1 + \alpha^2)}{\alpha\omega} \quad (4.10)$$

Daraus kann das Minimum von  $t_r$  in Abhängigkeit von  $\alpha$  bestimmt werden:

$$\frac{dt_r}{d\alpha}|_{\alpha_0} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{d^2 t_r}{d\alpha^2}|_{\alpha_0} > 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \alpha_0 = 1 \quad (4.11)$$

In Abbildung 4.2 ist  $m_x(t)$  für unterschiedliche  $\alpha$  dargestellt, woraus deutlich wird, dass sich für  $\alpha > \alpha_0$  die magnetische Polarisation langsamer bewegt, während sie sich für  $\alpha < \alpha_0$  schneller bewegt, allerdings rotiert sie dabei mehrmals um das externe Feld  $H_x$ , so dass es zu einem Anstieg der Ummagnetisierungszeit kommt.

Führt man analog zu Leineweber und Kronmüller [68] die Schaltzeit  $t_s$  ein, die definiert ist als

$$t_s = \frac{|m_x(0) - m_x(\infty)|}{\left|\left(\frac{dm_x}{dt}\right)|_{m_x=0}\right|} \quad (4.12)$$



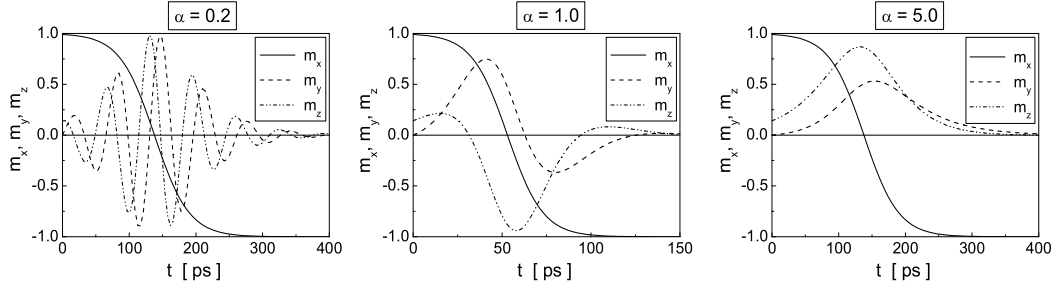


Abbildung 4.2: Zeitlicher Verlauf der Komponenten der normierten magnetischen Polarisation  $\vec{J}$  beim Ummagnetisierungsvorgang einer homogen magnetisierten Kugel ( $\omega = 0.1 \text{ GHz}$ ) für verschiedene Dämpfungsparameter  $\alpha$ .

und sich wegen  $m_x(t) = 0 \iff t = \frac{1}{2}t_r$  schreiben lässt als

$$t_s = \frac{1.98(1 + \alpha^2)}{\alpha\omega} \approx \frac{2(1 + \alpha^2)}{\alpha\omega}, \quad (4.13)$$

so ergibt sich daraus ebenfalls ein Minimum für  $t_s$  bei  $\alpha = \alpha_0 = 1$ .

Detailliertere Beschreibungen des dynamischen Verhaltens einer homogen magnetisierten Kugel findet man unter anderem in [68] und [69], wobei in [68] auch eine uniaxiale Kristallanisotropie zugelassen wird.

## 4.2 Homogen magnetisiertes Rotationsellipsoid

Der oben behandelte Spezialfall der homogen magnetisierten Kugel wird nun verallgemeinert zu homogen magnetisierten Rotationsellipsoiden. Auch hier verschwindet das Austauschfeld, das externe Feld  $\vec{H}_{ext}$  wird vorgegeben und das Streufeld ist gegeben durch (2.14):

$$\vec{H}_d = -\hat{N} \cdot \frac{\vec{J}}{\mu_0} = -\frac{J_S}{\mu_0} \cdot (N_a m_x, N_c m_y, N_c m_z) \quad (4.14)$$

Der symmetrische Entmagnetisierungstensor  $\hat{N}$  ist im Hauptachsensystem des Rotationsellipsoids, mit den Hauptachsen  $(a, c, c)$ , gegeben als Diagonalmatrix mit den Diagonalelementen  $N_a$  und  $N_c$  (aufgrund der Rotationssymmetrie ist hier  $N_b = N_c$ ). Der Entmagnetisierungsfaktor  $N_a$  kann analytisch

berechnet werden, das Ergebnis ist in (2.15) bzw. (2.16) angegeben,  $N_c$  erhält man daraus in einfacher Weise als  $N_c = \frac{1}{2}(1 - N_a)$ . Als effektives Feld  $\vec{H}_{eff}$  ergibt sich damit:

$$\vec{H}_{eff} = \vec{H}_{ext} - \hat{N} \cdot \frac{\vec{J}}{\mu_0} \quad (4.15)$$

Mit diesem effektiven Feld wird die LLG-Gleichung (2.24) numerisch integriert (unter Verwendung des Runge-Kutta-Verfahrens 4. Ordnung [34, 35]), und es werden im Folgenden verschiedene Eigenschaften des Ummagnetisierungsprozesses untersucht.

Zunächst wird die Ummagnetisierungszeit  $t_r$  als Funktion des Dämpfungsparameters  $\alpha$  für verschiedene Achsenverhältnisse  $\chi = c/a$  betrachtet: Anfangszustand ist hierbei wieder  $m_x(t = 0) = 0.99$ , Endzustand ist  $m_x(t = t_r) = -0.99$ , und es wird ein externes Feld  $\vec{H}_{ext}$  von  $-1$  T angelegt. Außerdem wird  $J_S = 1$  T gesetzt, so wie es für Permalloy zutrifft. Die Ergebnisse sind in Abbildung 4.3 gezeigt. Daraus werden zunächst 2 Dinge

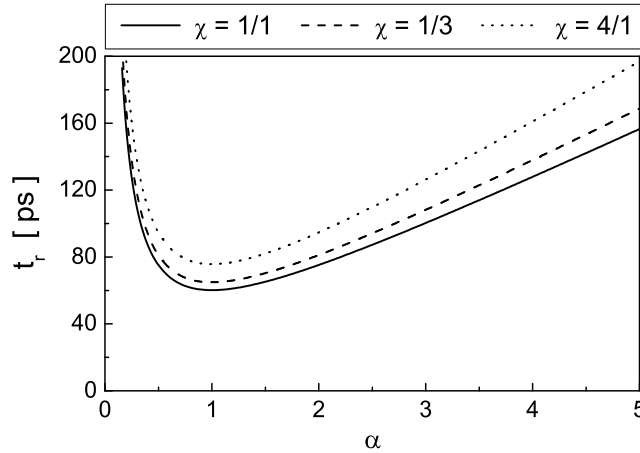


Abbildung 4.3: Ummagnetisierungszeit  $t_r$  eines homogen magnetisierten Rotationsellipsoids als Funktion des Dämpfungsparameters  $\alpha$ , aufgetragen für verschiedene Achsenverhältnisse  $\chi = c/a$ ;  $\chi > 1$  entspricht dabei einem flachen,  $\chi < 1$  dagegen einem länglichen Rotationsellipsoid.

deutlich:

- 1) Die Ummagnetisierungszeit  $t_r$  hat unabhängig vom Achsenverhältnis  $\chi$  ein Minimum bei  $\alpha = 1$ .

- 2) Die Ummagnetisierungszeit ist für den Fall einer Kugel ( $\chi = 1$ ) minimal (siehe hierzu auch Abbildung 4.4).

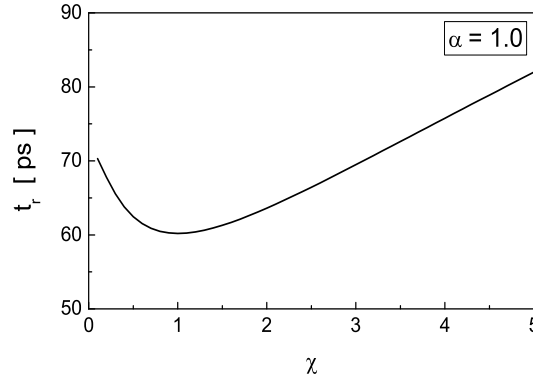


Abbildung 4.4: Ummagnetisierungszeit  $t_r$  eines homogen magnetisierten Rotationsellipsoids als Funktion des Achsenverhältnisses  $\chi = c/a$ ; es wurde der Dämpfungsparameter  $\alpha = 1$  benutzt.

Die Ummagnetisierungszeit hängt vom Dämpfungsparameter  $\alpha$  und dem Achsenverhältnis  $\chi$  sowie vor allem auch von der Stärke des externen Feldes  $\vec{H}_{ext}$  ab. In Abbildung 4.5 ist die Ummagnetisierungszeit  $t_r$  über dem externen Feld  $\vec{H}_{ext} = (-H_x, 0, 0)$  ( $H_x > 0$ ) aufgetragen für verschiedene Achsenverhältnisse  $\chi$ . Ersichtlich ist auch hier für den Fall einer Kugel die

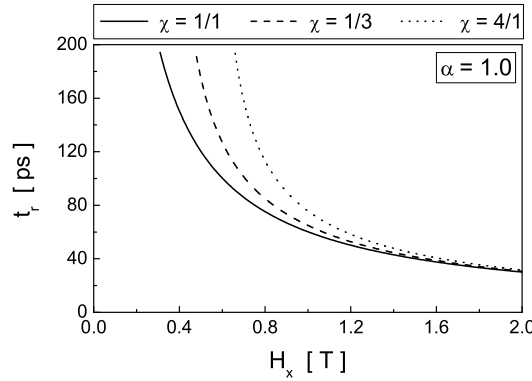


Abbildung 4.5: Ummagnetisierungszeit  $t_r$  eines homogen magnetisierten Rotationsellipsoids als Funktion des externen Magnetfeldes  $\vec{H}_{ext} = (-H_x, 0, 0)$  ( $H_x > 0$ ) für verschiedene Achsenverhältnisse  $\chi$ ; als Dämpfungsparameter wurde  $\alpha = 1$  gesetzt.

Ummagnetisierungszeit  $t_r$  am geringsten. Für hohe Felder wird der Unterschied in  $t_r$  für die verschiedenen Achsenverhältnisse  $\chi$  verschwindend klein.

Wie im Fall der Kugel ergeben sich auch für Rotationsellipsoide ähnliche zeitliche Verläufe für die Komponenten der magnetischen Polarisation. In Abbildung 4.6 ist eine dreidimensionale Darstellung gewählt worden, um die zeitliche Änderung des normierten magnetischen Polarisationsvektors  $\vec{J}$  sichtbar zu machen. Das Achsenverhältnis des Rotationsellipsoids ist dabei  $\chi = \frac{1}{3}$  und die Stärke des externen Feldes in  $-x$ -Richtung ist 1 T. Für  $\alpha = 0.1$  ergeben sich acht Oszillationen von  $\vec{J}$  um das externe Feld  $\vec{H}_{ext}$ , für  $\alpha = 1.0$  dagegen keine einzige Oszillation<sup>1</sup>, was zur Folge hat, dass die Ummagnetisierungszeit  $t_r$ , nach Durchlaufen des bereits oben erwähnten Minimums bei  $\alpha = 1$ , mit abnehmendem  $\alpha$  wieder ansteigt (vergleiche Abbildung 4.3).

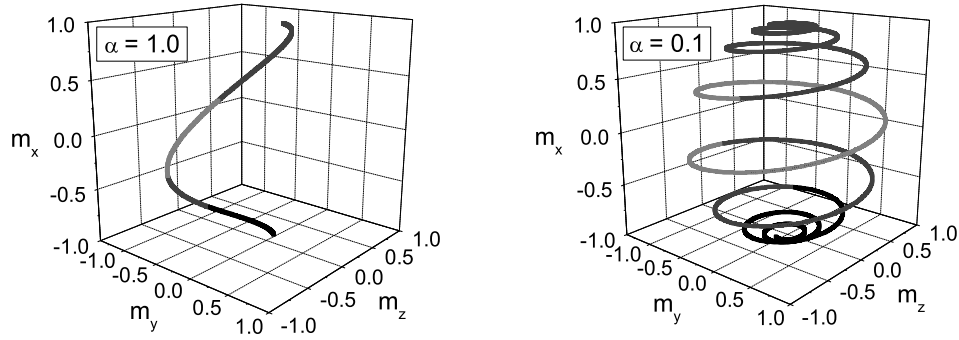


Abbildung 4.6: Zeitlicher Verlauf der Spitze des normierten magnetischen Polarisationsvektors  $\vec{J}$  für den Fall eines länglichen Rotationsellipsoids mit dem Achsenverhältnis  $\chi = 1/3$  für  $\alpha = 1.0$  und  $\alpha = 0.1$ ; das externe Feld war jeweils  $\vec{H}_{ext} = (-1 \text{ T}, 0, 0)$ . Die Ummagnetisierungszeit  $t_r$  für  $\alpha = 1.0$  beträgt ca. 65 ps, während sie für  $\alpha = 0.1$  auf ca. 330 ps ansteigt.

Nachdem die Fälle der homogen magnetisierten Kugel und des homogen magnetisierten Rotationsellipsoids behandelt wurden, für die das Streufeld in einfacher Weise exakt angebar ist, wird im nächsten Abschnitt die homogen magnetisierte flache Zylinderstruktur betrachtet, in der das Streufeld bereits durch Näherungen ausgedrückt werden muss.

<sup>1</sup>Der Wert  $\alpha = 1$  würde beim gedämpften harmonischen Oszillator dem sog. „aperiodischen Grenzfall“ entsprechen.

### 4.3 Homogen magnetisierte flache Kreisstruktur

Ausgangspunkt in diesem Abschnitt ist ein homogen magnetisierter Zylinder ( $J_S = 1 \text{ T}$ ) mit dem Aspektverhältnis  $\eta = h/D \ll 1$  ( $D$ : Durchmesser,  $h$ : Höhe). In Abbildung 3.1 ist die Geometrie ( $z$ -Achse als Symmetrieachse) des hier betrachteten Problems dargestellt. Das Streufeld eines homogen magnetisierten Zylinders ist, wie bereits im vorigen Kapitel erwähnt, im Inneren des Zylinders nicht homogen. Man benutzt jedoch in Analogie zum homogen magnetisierten Ellipsoid einen Entmagnetisierungstensor, der die magnetometrischen Entmagnetisierungsfaktoren enthält, so dass sich das Streufeld analog zu (2.14) schreiben lässt als

$$\vec{H}_d = -\hat{N} \cdot \vec{J} / \mu_0. \quad (4.16)$$

Die Diagonalelemente von  $\hat{N}$  erfüllen wiederum die Regel  $N_{xx} + N_{yy} + N_{zz} = 1$ , wobei hier aus Symmetriegründen  $N_{xx} = N_{yy}$  gilt. Im Falle einer sehr flachen Zylinderstruktur mit  $\eta \ll 1$  ist  $N_{zz}$  näherungsweise gegeben durch

$$N_{zz} \approx 1 - \frac{2\eta}{\pi} \cdot \left[ \ln \left( \frac{4}{\eta} \right) - \frac{1}{2} \right] \quad (\eta \ll 1), \quad (4.17)$$

wie bereits im vorigen Kapitel in (3.2) angegeben wurde. Daraus ergeben sich  $N_{xx}$  bzw.  $N_{yy}$  zu  $N_{xx} = N_{yy} = \frac{1}{2}(1 - N_{zz})$ . Mit diesen Entmagnetisierungsfaktoren (Nicht-Diagonalelemente verschwinden) wird nun wie im Fall des homogen magnetisierten Rotationsellipsoids die LLG-Gleichung (2.24) numerisch integriert. Anfangszustand sei im Folgenden wieder  $m_x(t=0) = 0.99$  und  $m_z(t=0) = 0$  (aufgrund der hohen Streufeldenergie bei Auslenkungen von  $\vec{J}$  aus der Ebene heraus liegt  $\vec{J}$  im Ausgangszustand ohne externe Felder in der Zylinderebene).

Zunächst wird ein Feld in  $-x$ -Richtung angelegt und der Ummagnetisierungsvorgang für verschiedene Dämpfungsparameter  $\alpha$  näher untersucht. In Abbildung 4.7 sind die Ummagnetisierungsvorgänge für  $\alpha = 0.01$ ,  $\alpha = 0.1$  und  $\alpha = 1.0$  abgebildet. Wie daraus ersichtlich ist, kommt es zunächst zu einem Herausdrehen der magnetischen Polarisation aus der Ebene des Zylinders, was einen starken Anstieg des Streufeldes in  $z$ -Richtung zur Folge hat. Dieses Streufeld übt ein Drehmoment auf  $\vec{J}$  aus, welches  $\vec{J}$  in Richtung  $-x$ -Achse dreht. Und hier wird ein wesentlicher Unterschied zwischen

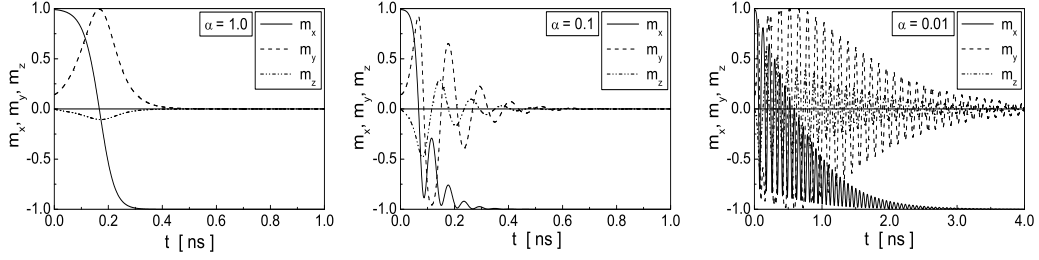


Abbildung 4.7: Ummagnetisierung eines homogen magnetisierten Zylinders mit dem Aspektverhältnis  $\eta = 2/150$  in Abhängigkeit vom Dämpfungsparameter  $\alpha$ ; das angelegte externe Feld in  $-x$ -Richtung betrug jeweils 0.1 T.

kleinem und großem  $\alpha$  deutlich: für kleine  $\alpha$  geht diese Drehung scheinbar „ungebremst“ über die  $-x$ -Richtung hinaus und nähert sich wieder der  $+x$ -Richtung, bevor es zu einem Wechsel der Bewegungsrichtung kommt und  $\vec{J}$  zurückschwingt. Dieser Vorgang wiederholt sich je nach Größe von  $\alpha$  mehrmals („Nachschwingen“) und führt zu einer erheblichen Zunahme der Ummagnetisierungszeit. Für große  $\alpha$  ist dieses Nachschwingen von  $\vec{J}$  weitgehend unterdrückt.

Da in der Realität der Dämpfungsparameter  $\alpha$  sehr klein ist (Permalloy:  $\alpha \approx 0.008$  [70]), ist der oben beschriebene Ummagnetisierungsvorgang mit einem externen Feld, welches der magnetischen Polarisation  $\vec{J}(t = 0)$  entgegengesetzt gerichtet ist, aufgrund des Nachschwingens sehr zeitintensiv. Daher wird im Folgenden die Richtung des externen Feldes verändert, um mögliche günstigere Schaltprozesse zu erreichen.

Die LLG-Gleichung (2.24) beschreibt die gedämpfte Präzessionsbewegung von  $\vec{J}$  um das effektive Feld  $\vec{H}_{eff}$ . Wird daher ein Feld in  $y$ -Richtung angelegt (also wie hier senkrecht zu  $\vec{J}(t = 0)$ , und in-plane), so kommt es zunächst zu einer Auslenkung in  $z$ -Richtung, wodurch ein starkes Streufeld in  $z$ -Richtung entsteht, welches die magnetische Polarisation  $\vec{J}$  in der Ebene dreht. Unter Voraussetzung eines sehr kleinen  $\alpha$  sollte es während der ersten Präzessionsperiode zu keiner merklichen Relaxation von  $\vec{J}$  in Richtung des externen Feldes kommen. Dies bedeutet, dass sich  $\vec{J}$  nach einer halben Präzessionsperiode  $t_{1/2}$  in  $-x$ -Richtung (mit verschwindender  $m_z$ -Komponente) befindet, falls  $m_x(t = 0) = 1$  war. Wird daher exakt nach dieser Zeit  $t_{1/2}$  mit  $m_z(t_{1/2}) = 0$  das externe Feld in  $y$ -Richtung abgeschaltet,

wird die Bewegung von  $\vec{J}$  aufgrund des Verschwindens von  $\vec{H}_{eff}$  gestoppt, d.h. es kommt zu einer Ummagnetisierung durch Ausnutzung der Präzessionsbewegung von  $\vec{J}$  („Präzessionsschalten“ [71, 72, 73]). In Abbildung 4.8 ist die gerade beschriebene Situation dargestellt. Die halbe Präzessionsdauer  $t_{1/2}$  beträgt hierbei 207 ps (bei einem externen Feld in  $+y$ -Richtung von 0.01 T), nach dieser Zeit wurde das externe Feld ausgeschaltet. Die nicht verschwindende  $m_y$ -Komponente rührt daher, dass es aufgrund des kleinen  $\alpha$  zu einer geringen Relaxation von  $\vec{J}$  in  $y$ -Richtung (also in Richtung des externen Feldes) gekommen ist. Im nächsten Kapitel wird auf dieses Präzessionsschalten

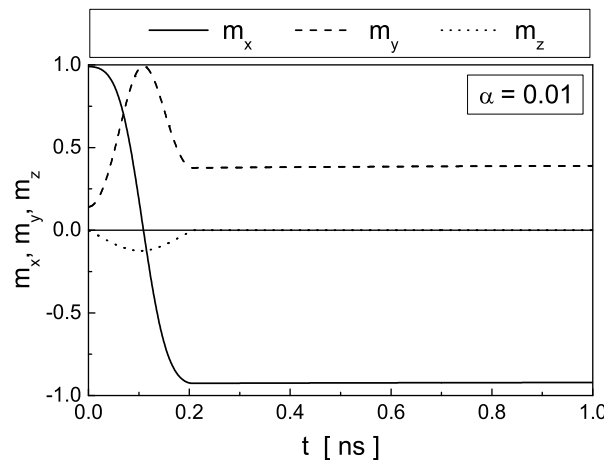


Abbildung 4.8: *Ummagnetisierung eines homogen magnetisierten Zylinders mit dem Aspektverhältnis  $\eta = 2/150$  durch ein in  $+y$ -Richtung angelegtes externes Feld der Stärke 0.01 T; das Feld wurde nach einer halben Präzessionsdauer  $t_{1/2} = 207$  ps von  $\vec{J}$  abgeschaltet („Präzessionsschalten“). Der Dämpfungsparameter  $\alpha$  beträgt 0.01.*

noch näher eingegangen, wobei die Forderung der zu allen Zeiten homogenen magnetischen Polarisation fallengelassen wird.

Eine weitere Möglichkeit der Ummagnetisierung durch Ausnutzung der Präzessionsbewegung von  $\vec{J}$  bietet ein externes Feld in  $z$ -Richtung (also ein out-of-plane-Feld, welches senkrecht zur Ebene des Zylinders steht). Die Problematik hierbei ist jedoch die Tatsache, dass  $\vec{J}$  in Richtung des externen Feldes relaxiert, was zwar bei kleinem  $\alpha$  eine geringe Auslenkung in der ersten Präzessionsperiode bedeutet, die jedoch groß genug ist, ein der Stärke des externen Feldes vergleichbares Streufeld in  $z$ -Richtung hervorzurufen, wel-

ches dem externen Feld entgegengerichtet ist und somit ein entgegengesetztes Drehmoment erzeugt. Wird daher  $\vec{J}$  nach erfolgter Ummagnetisierung und Abschalten des externen Feldes nicht „festgehalten“, so kommt es im Allgemeinen zu einer „Rückdrehung“ von  $\vec{J}$ . In Abbildung 4.9 ist dieser Ummagnetisierungsvorgang mit unmittelbar folgender Rückdrehung dargestellt. Abhilfe kann hier eine uniaxiale Anisotropie schaffen, welche die  $x$ -Richtung energetisch bevorzugt. Dieser Fall ist ebenfalls in Abbildung 4.9 dargestellt, wobei allerdings ein Nachschwingen von  $\vec{J}$  um die Achse der uniaxialen Anisotropie stattfindet. Im nächsten Kapitel wird auch dieser Ummagnetisie-

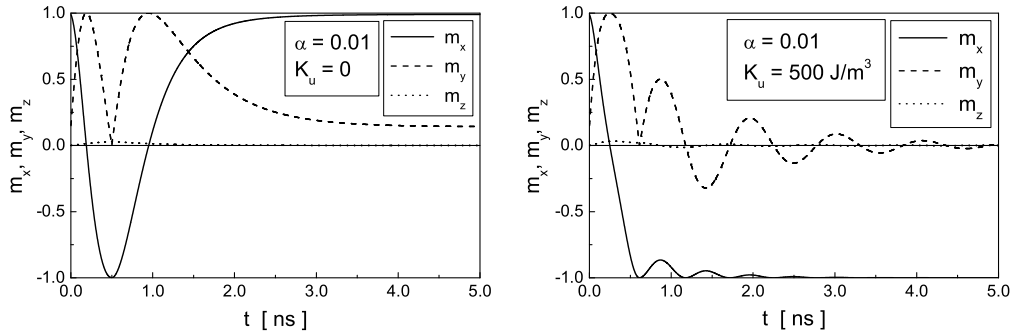


Abbildung 4.9: Ummagnetisierung eines homogen magnetisierten Zylinders mit dem Aspektverhältnis  $\eta = 2/150$  durch ein in  $+z$ -Richtung angelegtes externes Feld der Stärke  $0.05 \text{ T}$ ; das Feld wurde nach einer halben Präzessionsdauer  $t_{1/2} = 500 \text{ ps}$  (für  $K_u = 0$ ) bzw.  $t_{1/2} = 612 \text{ ps}$  (für  $K_u = 500 \text{ J/m}^3$ ) von  $\vec{J}$  abgeschaltet. Die Vorzugsachse der uniaxialen Kristallanisotropie  $K_u$  ist die  $x$ -Achse. Der Dämpfungsparameter  $\alpha$  beträgt jeweils  $0.01$ .

rungsvorgang näher untersucht, wobei auch in diesem Fall die Forderung der Homogenität der magnetischen Polarisation aufgegeben wird.

Abschließend wird in diesem Abschnitt noch der Fall eines nicht stufenförmigen externen Feldpulses in  $z$ -Richtung behandelt, welcher an einer homogen magnetisierten, flachen Zylinderstruktur angelegt wird. Stufenförmige Feldpulse sind generell nicht im Labor realisierbar. Vielmehr haben die experimentellen Pulse eine Anstiegs- und eine Abfallszeit. Eine dem Experiment sehr nahe kommende Pulsform ist ein zunächst linear ansteigender und da-



nach exponentiell abfallender Puls [74], der sich angeben lässt als

$$H_z = eH_0 \cdot \frac{t}{\tau_0} \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau_0}\right), \quad (4.18)$$

wobei  $e$  die Eulersche Konstante,  $\tau_0$  eine Zeitkonstante und  $H_0$  der Maximalwert von  $H_z$ , der bei  $\tau_0$  angenommen wird, sind. In Abbildung 4.10 ist die Pulsform für verschiedene  $\tau_0$  miteingezeichnet.

Die LLG-Gleichung (2.24) lautet für den hier betrachteten Fall ( $\alpha = 0$ , d. h.  $m_z(t) = \text{const.} = 0$ , da es zu keiner Relaxation in  $z$ -Richtung kommt; keine Kristallanisotropie):

$$\dot{m}_x = |\gamma_0| H_z m_y \quad (4.19)$$

$$\dot{m}_y = -|\gamma_0| H_z m_x \quad (4.20)$$

$$\dot{m}_z = 0 \quad (4.21)$$

Wird  $H_z$  aus (4.18) in diese Gleichungen eingesetzt, ergibt sich für  $m_x(t)$  mit der Anfangsbedingung  $m_x(t=0) = 1$ :

$$m_x(t) = \cos\left(|\gamma_0| e H_0 \cdot \left[(t + \tau_0) \exp\left(-\frac{t}{\tau_0}\right) - \tau_0\right]\right) \quad (4.22)$$

Interessant ist hierbei der Grenzfall  $m_x(t) \rightarrow -1$  für  $t \rightarrow \infty$ , woraus man für  $\tau_0$  erhält:

$$\tau_0 = \left| \frac{\pi}{\gamma_0 e H_0} \right| \quad (4.23)$$

Besitzt  $\tau_0$  diesen Wert (4.23), so dreht sich  $\vec{J}$  um genau  $180^\circ$ , bei anderen Werten von  $\tau_0$  kommt  $\vec{J}$  bereits früher zum Stoppen bzw. dreht sich über  $180^\circ$  hinaus, wie in Abbildung 4.10 zu sehen ist. Der „Drehwinkel“ von  $\vec{J}$  kann also mittels  $\tau_0$  eingestellt werden. Überdies kommt es zu keinem Nachschwingen von  $\vec{J}$ , was daraus folgt, dass  $\alpha = 0$  ist: es kommt zu keiner Relaxation von  $\vec{J}$  in Richtung des externen Feldes, d. h.  $\vec{H}_{ext}$  steht stets senkrecht auf  $\vec{J}$ , daher wird keine Energie in das „Spinsystem“ transferiert. Für den Fall dass  $\alpha \neq 0$  ( $\alpha \ll 1$ ) ist, ergibt sich eine geringe Auslenkung von  $\vec{J}$  in  $z$ -Richtung, was wiederum ein dem angelegten Feldpuls entgegengerichtetes Streufeld hervorruft, welches die Drehung von  $\vec{J}$  bremst, so dass  $\tau$  größer gewählt werden muss. Außerdem ist wieder eine uniaxiale Kristallanisotropie nötig, um  $\vec{J}$  nach dem Ummagnetisierungsvorgang „festzuhalten“.

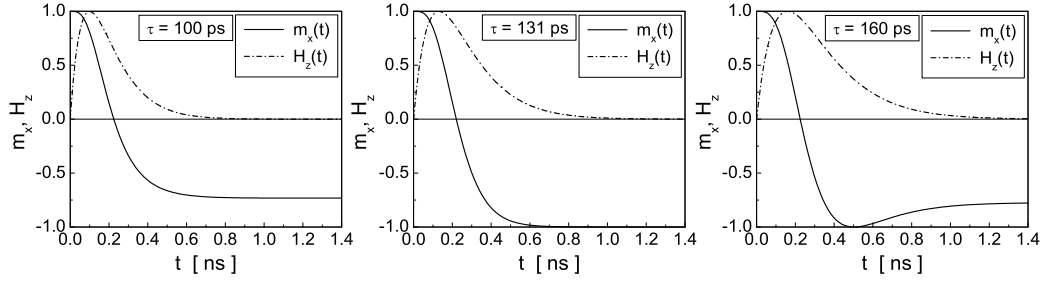


Abbildung 4.10:  $m_x(t)$  aus (4.22) und  $H_z(t)$  aus (4.18) (auf 1 normiert) für verschiedene  $\tau_0$ ; dabei ist stets  $H_0 = 0.05 T$ .  $\tau_0 = 131 ps$  ergibt sich aus (4.23).

Nachdem in diesem Kapitel die Magnetisierungsdynamik an homogen magnetisierten Festkörpern verschiedener äußerer Form näher untersucht wurde, wird im folgenden Kapitel die Dynamik des single-domain-Zustandes behandelt, wobei die Forderung der zu allen Zeiten homogenen magnetischen Polarisation aufgegeben wird, so dass zusätzlich neben dem Streufeld auch das Austauschfeld einen Beitrag zum effektiven Feld  $\vec{H}_{eff}$  leistet.

# Kapitel 5

## Dynamik des single-domain-Zustandes in flachen Kreisstrukturen

Hier muss gleich anfangs darauf hingewiesen werden, dass der Begriff „single-domain“ im Sinne einer überall homogenen magnetischen Polarisierung  $\vec{J}$  nicht mehr zutrifft. Vielmehr kommt es nun durch das wechselseitige Zusammenspiel von Dipol- und Austauschwechselwirkung zu einem inhomogenen  $\vec{J}$ . Da jedoch die geometrischen Abmessungen der betrachteten Zylinder so gewählt werden, dass man nach (3.38) bzw. Abbildung 3.7 im single-domain-Bereich liegt, und da im Grundzustand die Inhomogenitäten von  $\vec{J}$  geringfügig sind, wird hier weiterhin die Bezeichnung „single-domain“ gebraucht.

In diesem Kapitel wird zunächst die magnetische Polarisierung  $\vec{J}$  in einem single-domain-Zylinder durch Anlegen eines externen Feldpulses<sup>1</sup> um 180° gedreht, so wie dies im vorangegangenen Abschnitt 4.3 der Fall war, jedoch hier mit dem wesentlichen Unterschied, dass die bisher zu allen Zeiten angenommene räumliche Homogenität der magnetischen Polarisierung  $\vec{J}$  aufgegeben wird. Es wird das zeitliche und räumliche Verhalten von  $\vec{J}$  einer genaueren

---

<sup>1</sup>Die typischen Zerfallszeiten von Magnetfeldern, hervorgerufen durch Wirbelströme, die durch zeitabhängige Felder induziert werden, liegen für Permalloy-Schichten mit Dicken von etwa 2 nm und mit Ausdehnungen von einigen 100 nm im Größenordnungsbereich  $10^{-1}$  ps [75], also deutlich unterhalb der 10 ps-Zeitskala, in der sich die Magnetsisierungsdynamik abspielt ( $(|\gamma_0|M_S)^{-1} \approx 6$  ps für  $\mu_0 M_S = 1$  T). Ebenso ist hier auch der Einfluss der endlichen Eindringtiefe von magnetischen Wechselfeldern in die ferromagnetische Schicht vernachlässigbar [75].

Betrachtung unterzogen, um danach auf der Grundlage dieser Untersuchungen die Schaltzeiten in Abhängigkeit von verschiedenen Parametern soweit möglich analytisch zu berechnen.

## 5.1 Umschaltprozess in Abhängigkeit von der Richtung des externen Feldes

Die Dynamik bezieht sich hier darauf, dass versucht wird, durch externe Felder den Zustand zu schalten, d. h. die magnetische Polarisation  $\vec{J}$  um  $180^\circ$  zu drehen. Diesem Vorgang wird im Folgenden mit Hilfe mikromagnetischer Simulationen eine genauere Analyse gewidmet. Als Ausgangszustand wurde dabei jeweils der „relaxierte“ single-domain-Zustand<sup>2</sup> verwendet, der aufgrund der zwiebelschalenartigen Anordnung von  $\vec{J}$  auch als „onion-state“ bezeichnet wird. In Abbildung 5.1 ist dieser Zustand für einen Permalloy-Zylinder mit  $R = 75 \text{ nm}$  und  $h = 2 \text{ nm}$  gezeigt. In den nachfolgend beschrie-

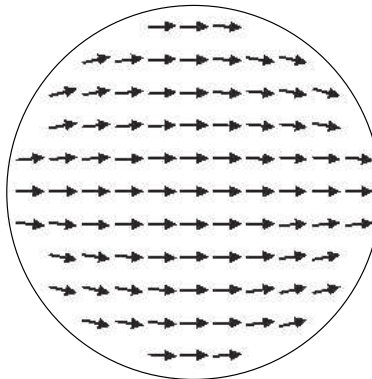


Abbildung 5.1: „Onion-state“ in einem Permalloy-Zylinder ( $R = 75 \text{ nm}$ ,  $h = 2 \text{ nm}$ ), der seine Bezeichnung aufgrund der zwiebelschalenartigen Anordnung von  $\vec{J}$  trägt.

benen mikromagnetischen Simulationen wird stets ein Permalloy-Zylinder mit  $R = 75 \text{ nm}$ ,  $h = 2 \text{ nm}$ ,  $J_S = 1 \text{ T}$ ,  $A = 13 \cdot 10^{-12} \text{ J/m}$ ,  $K_u = 500 \text{ J/m}^3$

---

<sup>2</sup>„Relaxiert“ bedeutet hier, dass die Spins am Zylinderrand etwas einknicken, um das Streufeld zu verringern; dem Einknicken widerstrebt allerdings das Austauschfeld, so dass es insgesamt zu einem Gleichgewicht zwischen Dipol- und Austauschfeld kommt.

(mit energetisch bevorzugter  $x$ -Achse) und  $\alpha = 0.008$  betrachtet. Die Symmetrieachse des Zylinders soll mit der  $z$ -Achse zusammenfallen, so wie in Abbildung 3.1 dargestellt. Zur Zeit  $t = 0$  sei der Zylinder (wie in Abbildung 5.1 gezeigt) in  $+x$ -Richtung magnetisiert. Zunächst wird jeweils ein externes Feld bzw. ein Feldpuls in einer der drei Richtungen  $-x$ ,  $+y$  und  $+z$  angelegt, um  $\vec{J}$  um  $180^\circ$  zu drehen.

- 1)  $\vec{H}_{ext} = (-H_x, H_y, 0)$  mit  $H_x, H_y > 0$ , mit  $|\vec{H}_{ext}| = 100 \text{ Oe}$  und dem Winkel  $\angle(\vec{H}_{ext}, -x\text{-Richtung}) = 6^\circ$ :

Das externe Feld wird instantan bei  $t = 0$  („Stufe“) angelegt und während der gesamten Simulation nicht verändert. In Abbildung 5.2 ist der zeitliche Verlauf der einzelnen, über den Zylinder gemittelten Komponenten der normierten magnetischen Polarisation  $\vec{J}$  und der Energiedichten aufgetragen. Zum Vergleich ist bei den Komponenten von  $\vec{J}$  jeweils der Verlauf, wie man ihn für einen homogen magnetisierten Zylinder erwarten würde (siehe dazu Abschnitt 4.3), miteingezeichnet. Wie aus Abbildung 5.2 ersichtlich ist, verhalten sich die Komponenten  $m_x$ ,  $m_y$  und  $m_z$  während des Umschaltvorgangs (also für  $0 \leq t \leq 250 \text{ ps}$ ) wie die entsprechenden Komponenten eines homogen magnetisierten Zylinders, während das Nachschwingen ( $t > 250 \text{ ps}$ ) in der Simulationsrechnung für den inhomogenen Zustand deutlich niedriger ausfällt. Dies liegt daran, dass ein Teil der zugeführten Zeeman-Energie in die Austauschenergie fließt, und das Zusammenspiel von Dipol- und Austauschwechselwirkung zusätzlich zu der in der LLG-Gleichung (2.24) auftretenden Gilbert-Dämpfung eine „intrinsische“ Dämpfung verursacht [76], welche die Amplitude der Präzessionsbewegung von  $\vec{J}$  abschwächt: es wird Energie in Dipol-Austausch-Spinwellen<sup>3</sup> transferiert (siehe dazu weiter unten). Im Fall des homogen magnetisierten Zylinders wird die Amplitude der Präzessionsbewegung dagegen nur durch die Gilbert-Dämpfung verringert,  $\vec{J}$  präzediert dabei um die energetisch bevorzugte Richtung<sup>4</sup>; die Länge des Nachschwingens wird durch den

---

<sup>3</sup>„Dipol-Austausch-Spinwellen“ sind Spinwellen, in denen sowohl der Einfluss der Austausch- als auch der Dipol-Dipol-Wechselwirkung berücksichtigt ist [77].

<sup>4</sup>Die energetisch bevorzugte Richtung ist dadurch gegeben, dass die Energie des Ferromagneten minimal ist, falls  $\vec{J}$  in diese Richtung zeigt. Letztere ergibt sich durch die Überlagerung von Kristallanisotropien bzw. externen Feldern, da jedoch hier die maximale Stärke des Anisotropiefeldes (2.26)  $H_{an} = 12.5 \text{ Oe}$  (für  $K_u = 500 \text{ J/m}^3$ ) deutlich kleiner als das externe Feld  $|\vec{H}_{ext}| = 100 \text{ Oe}$  ist, wird  $\vec{J}$  im Wesentlichen um  $\vec{H}_{ext}$  präzedieren.

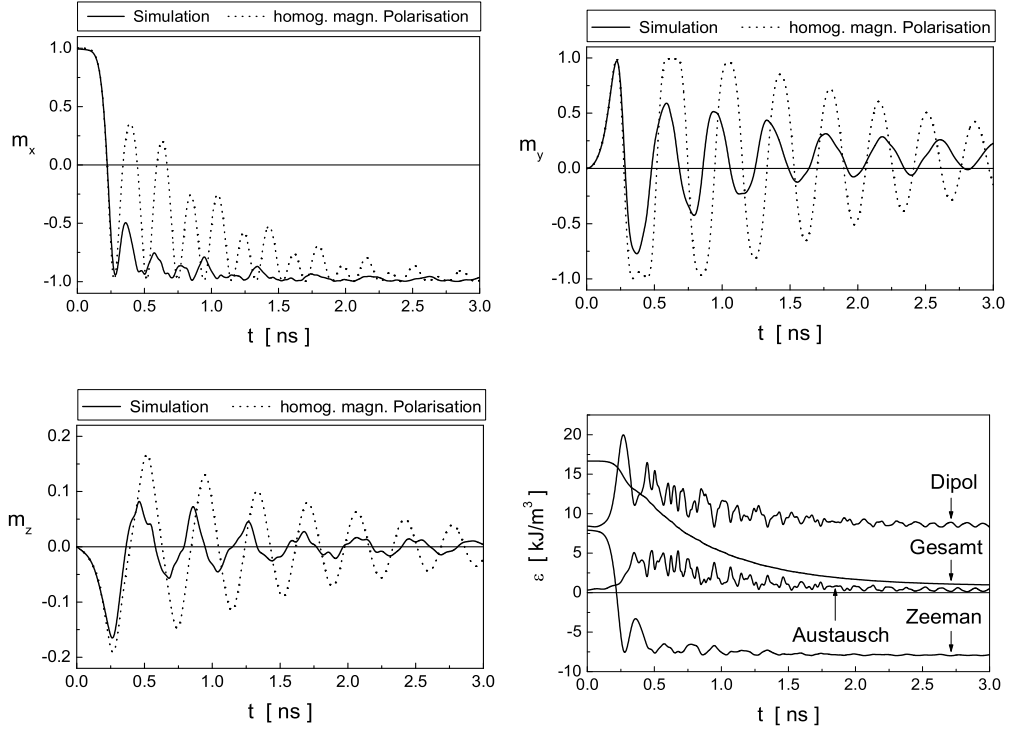


Abbildung 5.2: Zeitlicher Verlauf von  $m_x$ ,  $m_y$  und  $m_z$  und der Energiedichten für den im Text beschriebenen 1. Fall; zum Vergleich von  $m_x$ ,  $m_y$  und  $m_z$  ist jeweils das Ergebnis für einen homogen magnetisierten Zylinder mit den gleichen Material- und geometrischen Eigenschaften eingetragen.

Dämpfungsparameter  $\alpha$  bestimmt (vgl. voriges Kapitel).

Das weniger ausgeprägte Nachschwingen in der Simulation ergibt sich durch die Anregung von Dipol-Austausch-Spinwellen [78, 79], was deutlich im zeitlichen Verlauf der Energiedichten zum Ausdruck kommt: die Dipolenergie fließt in die Austausch- und Zeeman-Energie und umgekehrt (mit einer „Phasenverschiebung“ von  $\pi$ ). Dabei handelt es sich um quantisierte Moden, wie später noch gezeigt wird.

Die Gesamtenergiedichte weist einen relativ glatten Verlauf auf, der zeitliche Abfall lässt sich exponentiell mit einer Funktion  $\sim \exp(-t/\tau)$  anfitten, was eine Zeitkonstante  $\tau \approx 606$  ps ergibt. Dieser Energieausfluss wird allein durch den Dämpfungsparameter  $\alpha$  bestimmt.

- 2)  $\vec{H}_{ext} = (0, H_y, 0)$ , wobei  $H_y = 500$  Oe für  $0 \leq t \leq 93$  ps und  $H_y = 0$  sonst:

Das externe Feld wird wieder instantan bei  $t = 0$  angelegt und nach 93 ps abrupt abgeschaltet („Rechteckpuls“). Diese 93 ps entsprechen einer Drehung von  $\vec{J}$  um ca.  $180^\circ$ . In Abbildung 5.3 ist der zeitliche Verlauf der einzelnen, über den Zylinder gemittelten Komponenten der normierten magnetischen Polarisation  $\vec{J}$  und der Energiedichten dargestellt. In Abbildung 5.4 wird eine Bildsequenz aus der Simula-

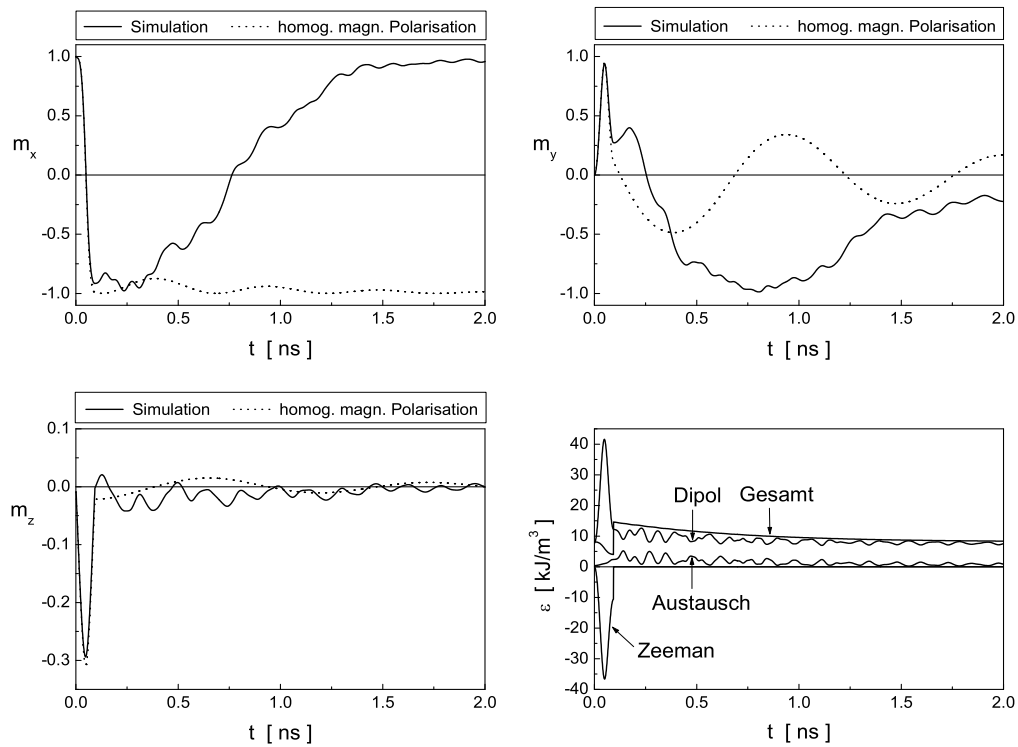


Abbildung 5.3: Zeitlicher Verlauf von  $m_x$ ,  $m_y$  und  $m_z$  und der Energiedichten für den im Text beschriebenen 2. Fall; zum Vergleich von  $m_x$ ,  $m_y$  und  $m_z$  ist jeweils das Ergebnis für einen homogen magnetisierten Zylinder mit den gleichen Material- und geometrischen Eigenschaften eingetragen.

tion gezeigt. Hierbei ist der Einfluss der weiter unten beschriebenen „Diskretisierungsanisotropie“ deutlich erkennbar: im Endzustand liegen die Spins nicht parallel zur  $x$ -Achse, wie man es im Fall der hier

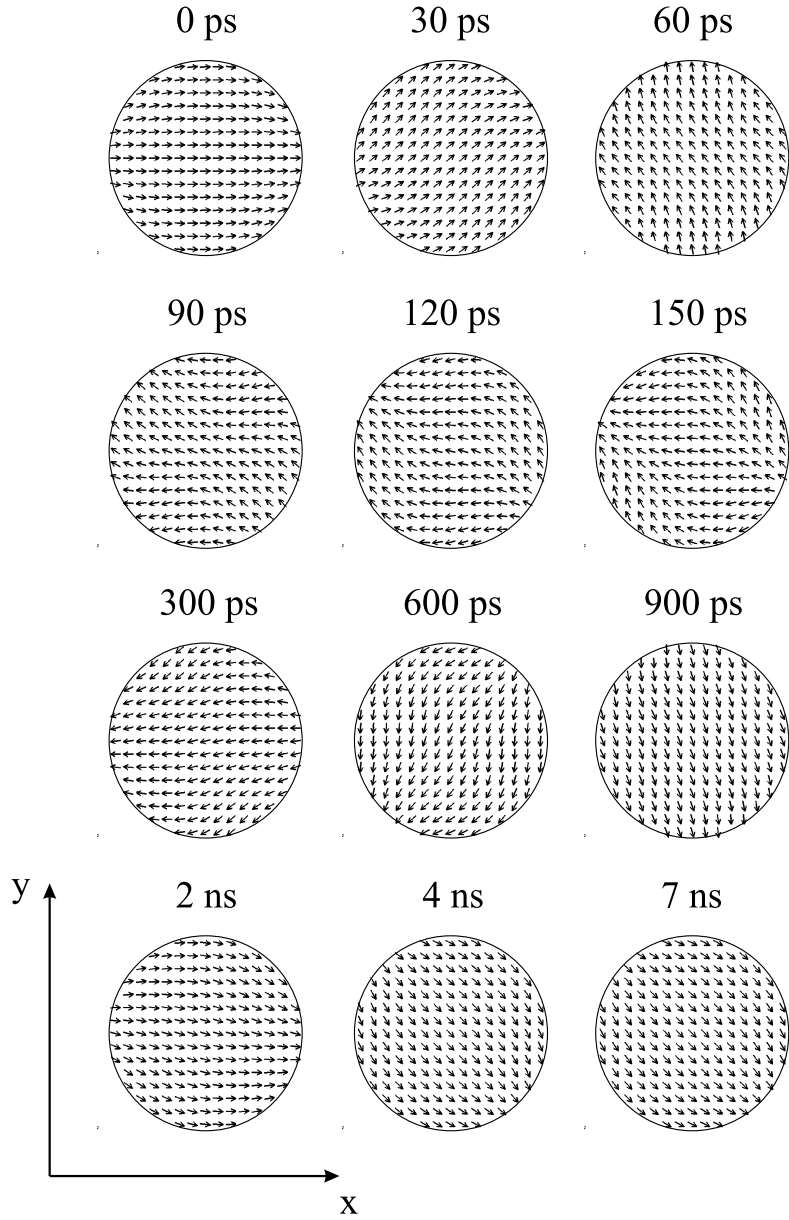


Abbildung 5.4: Bildsequenz aus der Simulation für den im Text beschriebenen 2. Fall mit  $H_y \neq 0$ .



benutzten Kristallanisotropie erwarten würde, sondern sind etwa um  $45^\circ$  zur  $x$ -Achse geneigt. Auch hier zeigt sich, wie im 1. Fall, während des Ummagnetisierungsvorgangs ein „single-domain-Verhalten“, und darauf folgend kommt es erneut zur Anregung von Dipol-Austausch-Spinwellen. Die Gesamtenergiedichte fällt wieder exponentiell ab, mit einer Zeitkonstanten von  $\tau \approx 621$  ps. Die niedrige „Nachschwingfrequenz“ im Falle eines homogen magnetisierten Zylinders, die vor allem in der  $m_y$ -Komponente sichtbar ist, rührt von der Präzession von  $\vec{J}$  um die energetisch bevorzugte Achse  $x$ -Achse her, deren geringe Anisotropiefeldstärke die lange Präzessionsdauer bestimmt. Wie aus Abbildung 5.3 ersichtlich ist, kommt es in der Simulationsrechnung insgesamt zu keiner Ummagnetisierung, da sich  $\vec{J}$  in die Ausgangslage zurückdreht. Der Grund dafür wird weiter unten im nächsten Fall  $H_z \neq 0$  angegeben.

- 3)  $\vec{H}_{ext} = (0, 0, H_z)$ , wobei  $H_z = 2$  kOe für  $0 \leq t \leq 105$  ps und  $H_z = 0$  sonst:

Es wird wiederum eine Rechteckpulsform für  $H_z$  verwendet, wobei sich  $\vec{J}$  nach etwa 105 ps um ca.  $180^\circ$  gedreht hat. Abbildung 5.5 zeigt den zeitlichen Verlauf der einzelnen, über den Zylinder gemittelten Komponenten der normierten magnetischen Polarisation  $\vec{J}$  und der Energiedichten. Auch hier ergibt sich während des Ummagnetisierungsvorgangs „single-domain-Verhalten“, jedoch kommt es im Gegensatz zum homogen magnetisierten Zylinder insgesamt zu keinem Umschalten von  $\vec{J}$ , da sich  $\vec{J}$  wieder in die Ausgangslage zurückdreht. Die Auslenkung von  $\vec{J}$  aus der Schichtebene heraus ist für die Simulation des inhomogen magnetisierten Systems deutlich größer als im Fall des homogen magnetisierten Zylinders. Das daraus resultierende Streufeld in  $z$ -Richtung ist dem externen Feld entgegengerichtet und übt ein rückwirkendes Drehmoment auf  $\vec{J}$  aus. Wird das externe Feld abgeschaltet, reicht in der Simulation die uniaxiale Anisotropie nicht aus, um  $\vec{J}$  „festzuhalten“, so dass  $\vec{J}$  in die Ausgangslage zurückkehrt.

Auch hier kommt es wieder zur Anregung von Dipol-Austausch-Spinwellen, die Gesamtenergie zeigt einen exponentiellen Abfall mit einer Zeitkonstanten  $\tau \approx 624$  ps.

Im Folgenden werden die eben behandelten Fälle 1 bis 3 einer genaueren Betrachtung unterzogen; dazu werden einige Punkte herausgestellt:

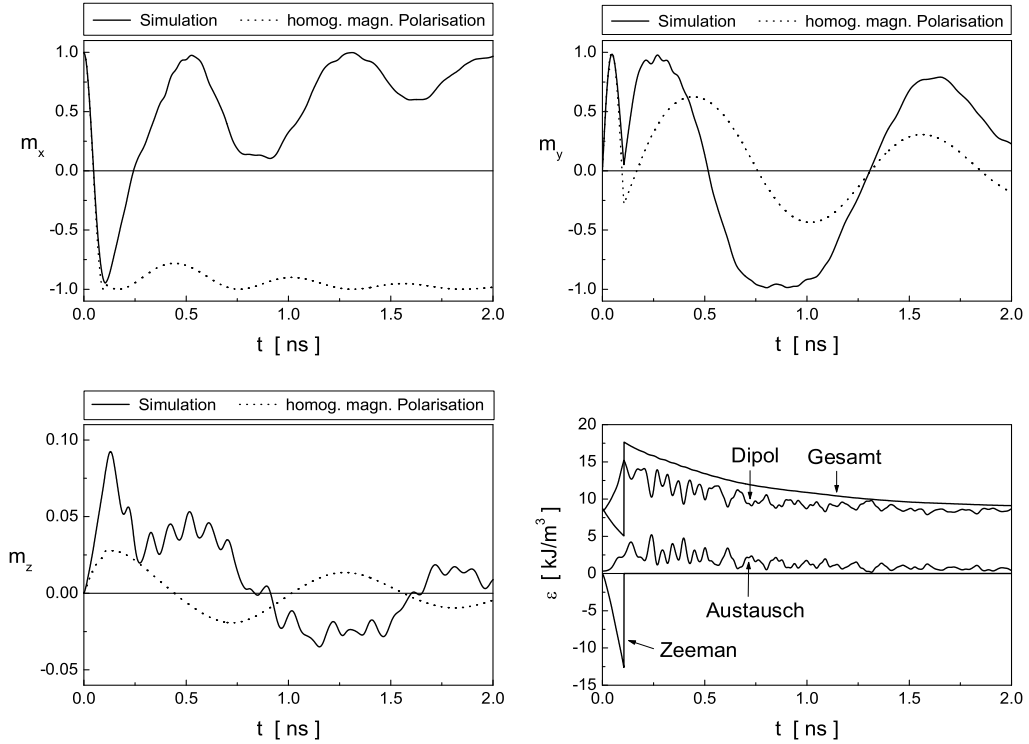


Abbildung 5.5: Zeitlicher Verlauf von  $m_x$ ,  $m_y$  und  $m_z$  und der Energiedichten für den im Text beschriebenen 3. Fall; zum Vergleich von  $m_x$ ,  $m_y$  und  $m_z$  ist jeweils das Ergebnis für einen homogen magnetisierten Zylinder mit den gleichen Material- und geometrischen Eigenschaften eingetragen.

- a) Die Inhomogenität des Streufeldes im Ausgangszustand des Zylinders in der Simulation führt bereits zu Beginn des Ummagnetisierungsprozesses zu ortsabhängigen Präzessionsfrequenzen von  $\vec{J}$ , was unter anderem in dem zur Zeit  $t = 0$  beginnenden Anstieg der Austauschenergiedichte zu sehen ist. In Abbildung 5.6 ist die Stärke der  $x$ -Komponente  $H_{d,x}$  des Streufeldes für den in Abbildung 5.1 abgebildeten Ausgangszustand dargestellt, wobei der Farbübergang schwarz-weiß dem Übergang von maximaler zu minimaler Stärke entspricht. Mitgetragen ist ein „linescan“ bezüglich des normierten  $|H_{d,x}|$  entlang der  $x$ -Achse (durch die Zylindermitte). Daraus folgt, dass kein exaktes single-domain-Verhalten während des Umschaltprozesses vorliegt. Allerdings bleiben die Abweichungen gering, wie aus dem Vergleich des

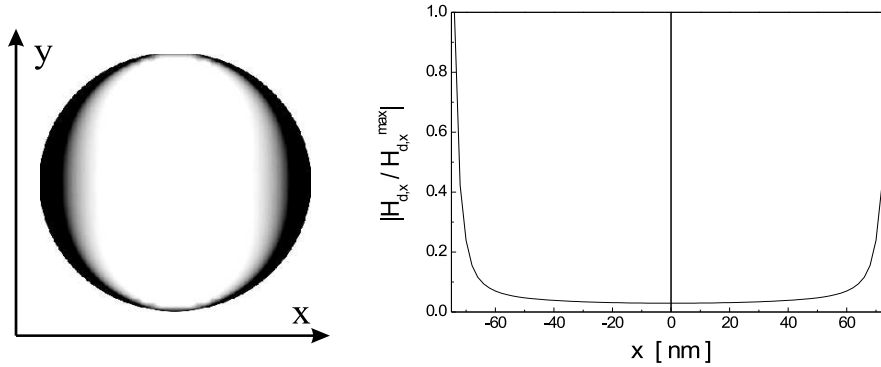


Abbildung 5.6: Links: Stärke der  $x$ -Komponente  $H_{d,x}$  des Streufeldes für den in Abbildung 5.1 gezeigten Ausgangszustand (der Farbübergang schwarz-weiß entspricht dem Übergang von maximaler zu minimaler Stärke). Rechts: „line-scan“ bezüglich des normierten  $|H_{d,x}|$  entlang der  $x$ -Achse (durch die Zylindermitte).

Verlaufs der Komponenten  $m_x$ ,  $m_y$  und  $m_z$  mit denen eines homogen magnetisierten Zylinders ersichtlich ist. Daher kann man zur Berechnung der „Umschaltzeiten“ näherungsweise annehmen, dass während der Ummagnetisierung eine homogene magnetische Polarisation  $\vec{J}$  vorliegt. Diese Näherung wird später noch benutzt werden.

- b) In der Simulation wird das betrachtete Volumen in Würfel bzw. Quader aufgeteilt, wodurch der Verlauf einer Kreislinie nicht optimal angepasst werden kann. Es kommt zu einem „stufenförmigen“ Verlauf des Simulationsvolumens am Zylinderrand, was zusätzliche Streufelder generiert<sup>5</sup>. In Abbildung 5.7 ist diese Situation dargestellt. Darin ist auch zu erkennen, dass am Rand parallel zur  $x$ - bzw.  $y$ -Achse ausgehende flache Bereiche entstehen können, und wenn nun  $\vec{J}$  in  $x$ - oder in  $y$ -Richtung zeigt, kommt es hier zu starken Streufeldern und somit zu einer hohen Streufeldenergie, während sich bei einer in-plane Drehung von  $\vec{J}$  um  $45^\circ$  diese Streufeldenergie deutlich erniedrigt (für den relaxierten Zustand). Man kann daher von einer biaxialen „Diskretisierungsanisotropie“ des Simulationsvolumens sprechen, wobei die ener-

<sup>5</sup>Im „LLG Micromagnetics Simulator“ [38] können die durch den stufenförmigen Randverlauf erzeugten Streufelder teilweise korrigiert werden, was im oben behandelten 2. Fall mit  $H_y \neq 0$  benutzt wurde.

getisch bevorzugten Achsen einen Winkel von  $45^\circ$  bzw.  $135^\circ$  mit der  $x$ -Achse einschließen. Eine solche biaxiale (also vierzählige) Anisotro-

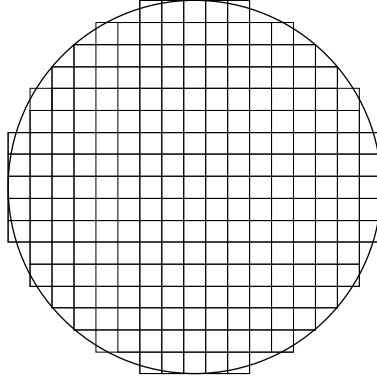


Abbildung 5.7: *Ein in quadratische Zellen aufgeteilter Zylinder, der Zylinderrand kann dabei nur „stufenförmig“ angepasst werden (hier übertrieben dargestellt).*

pieenergiedichte  $\varepsilon_K$  kann durch folgenden phänomenologischen Ansatz beschrieben werden [80, 81]:

$$\varepsilon_K = \frac{K_1}{4} \sin^2(2 \cdot (\varphi + \pi/4)) \quad (K_1 > 0) \quad (5.1)$$

Der energetische Unterschied zwischen leichter und schwerer Achse ist gegeben durch:

$$\Delta\varepsilon_K = \varepsilon_K(\varphi = 0^\circ) - \varepsilon_K(\varphi = 45^\circ) = \frac{K_1}{4} \quad (5.2)$$

In den Simulationen kann dieser energetische Unterschied  $\Delta\varepsilon_K$  bestimmt werden, für den hier betrachteten Zylinder (ohne Randkorrektur) erhält man z. B.  $K_1 \approx 1000 \text{ J/m}^3$ . Dieser Wert ist doppelt so groß wie der für die uniaxiale Kristallanisotropie benutzte Wert von  $K_u = 500 \text{ J/m}^3$ . Damit stellt diese Diskretisierungsanisotropie einen nicht zu vernachlässigenden Beitrag zur Gesamtanisotropie dar.

- c) Während des Ummagnetisierungsprozesses wird dem Spinsystem durch das äußere Feld eine Energie zugeführt, die danach exponentiell mit einer Zeitkonstanten  $\tau$  wieder aus dem Spinsystem fließt. Unter der

Annahme eines single-domain-Verhaltens kann dieses  $\tau$  theoretisch bestimmt werden, indem man  $\vec{H}_{eff} \approx (0, 0, -N_{zz}M_S m_z)$  annimmt (ein externes Feld ist nicht vorhanden, nur das Streufeld  $\vec{H}_d$  geht in  $\vec{H}_{eff}$  ein,  $M_S = J_S/\mu_0$ ) und  $m_z, \alpha \ll 1$  voraussetzt. Man erhält dann aus der LLG-Gleichung (2.24):

$$\dot{m}_z \approx -\alpha|\gamma_0|N_{zz}M_S \cdot m_z \quad (5.3)$$

Eine Integration liefert  $m_z = \exp(-\alpha|\gamma_0|N_{zz}M_S t)$ . Damit ergibt sich für die Gesamtenergiedichte, welche in diesem Fall identisch mit der Streufeldenergiedichte ist:

$$\varepsilon_d = -\frac{1}{2}J_S\vec{H}_d \cdot \vec{m} = \frac{1}{2}J_S M_S N_{zz} m_z^2 = \frac{1}{2}J_S M_S N_{zz} \exp(-t/\tau) \quad (5.4)$$

Dabei ist  $\tau = (2\alpha|\gamma_0|N_{zz}M_S)^{-1}$ . Man erhält hier  $\tau \approx 380$  ps. In den Simulationen ergibt sich ein deutlich höherer Wert von  $\tau \approx 620$  ps, der im Wesentlichen auf die Inhomogenität von  $\vec{J}$  nach dem Umschaltprozess zurückzuführen ist.

Ebenfalls unter der Annahme eines single-domain-Verhaltens kann die dem Spinsystem durch das externe Feld zugeführte Energiedichte  $\Delta\varepsilon_z$  für die obigen drei Fälle angegeben werden:

$$H_x \neq 0 \quad : \quad \Delta\varepsilon_z = 2J_S|H_x| \quad (5.5)$$

$$H_y \neq 0 \text{ für } t \leq t_{puls} \text{ (sonst } = 0) \quad : \quad \Delta\varepsilon_z = J_S|H_y|m_y(t_{puls}) \quad (5.6)$$

$$H_z \neq 0 \text{ für } t \leq t_{puls} \text{ (sonst } = 0) \quad : \quad \Delta\varepsilon_z = J_S|H_z|m_z(t_{puls}) \quad (5.7)$$

$t_{puls}$  gibt dabei die Dauer des Feldpulses an. Die Werte für  $m_y(t_{puls})$  wurden in Abhängigkeit von  $H_y$  numerisch bestimmt, wodurch mittels einer Fit-Prozedur der Verlauf  $m_y(t_{puls})$  gegen  $H_y$  gewonnen werden konnte. Im Fall  $H_z \neq 0$  erhält man mit  $\vec{H}_{eff} \approx (0, 0, H_z - N_{zz}M_S m_z)$ , der Anfangsbedingung  $m_z(t = 0) = 0$  und  $m_z, \alpha \ll 1$  aus der LLG-Gleichung (2.24)

$$m_z(t) = \frac{H_z}{N_{zz}M_S} \cdot [1 - \exp(-\alpha|\gamma_0|N_{zz}M_S \cdot t)], \quad (5.8)$$

woraus mit der Bedingung, dass sich  $\vec{m}$  nach der Zeit  $t_{puls}$  um  $180^\circ$  gedreht hat, folgt:  $m_z(t_{puls}) = \alpha\pi$ .

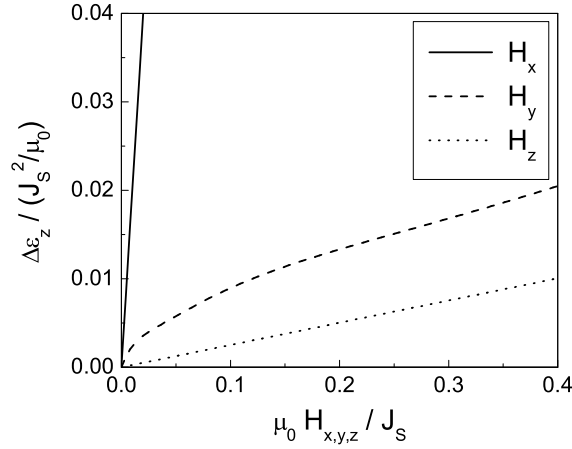


Abbildung 5.8: Die Energiedichte  $\Delta\varepsilon_z$ , die einem single-domain-Zylinder durch ein externes Feld bzw. einen externen Feldpuls zugeführt wird; der Dämpfungsparameter wurde hier  $\alpha = 0.008$  gesetzt.

In Abbildung 5.8 sind diese zugeführten Energiedichten  $\Delta\varepsilon_z$  gegen das jeweilige Feld aufgetragen. Wie daraus ersichtlich ist, kommt es für  $H_x \neq 0$  zur größten Zufuhr von Energie, was gegenüber den anderen Möglichkeiten mit  $H_y \neq 0$  und  $H_z \neq 0$  des Umschaltens von  $\vec{J}$  sehr nachteilig ist, da die Intensität der nachfolgenden Spinwellenanregung entsprechend größer ist.

- d) Im Fall 2 mit  $H_y \neq 0$  wird nun die Dynamik von  $\vec{J}$  nach der Drehung um  $180^\circ$  näher untersucht. Aufgrund der Ausführlichkeit dieser Untersuchung wird diesem Punkt ein eigener Abschnitt gewidmet.

## 5.2 Dipol-Austausch-Spinwellen in single-domain-Teilchen

Zunächst wird die über den Zylinder gemittelte  $z$ -Komponente  $m_z(t)$  der normierten magnetischen Polarisation  $\vec{J}$  aus Fall 2 (siehe Abbildung 5.3) fouriertransformiert, um die in  $m_z(t)$  enthaltenen Frequenzen ermitteln zu können. Abbildung 5.9 zeigt das zugehörige Amplitudenspektrum, in dem mehrere auffällige Peaks zu erkennen sind und von denen mehrere benannt wurden. Um nähere Aufschlüsse über die den Peaks entsprechenden Anregungen des Spinsystems zu erhalten, wird die „lokale“ Fouriertransformation eingesetzt.

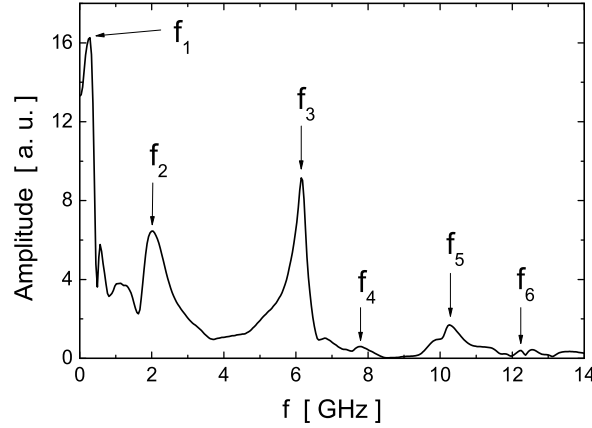


Abbildung 5.9: Amplitudenspektrum aus der Fouriertransformation der über den Zylinder gemittelten  $z$ -Komponente  $m_z(t)$  der normierten magnetischen Polarisation  $\vec{J}$ ; hier für den obigen 2. Fall mit  $H_y \neq 0$ .

Dazu wird  $m_z(\vec{r}_i, t)$  für jede Zelle  $\vec{r}_i$  des diskretisierten Simulationsvolumens fouriertransformiert und jeweils die Amplitude für eine bestimmte Frequenz ausgegeben, d. h. man kann damit die Bereiche sichtbar machen, in denen diese vorgegebene Frequenz mit der höchsten Amplitude auftritt. Zugleich wird die Phase für jede einzelne Zelle  $\vec{r}_i$  bestimmt, um relative Phasenverschiebungen der verschiedenen Bereiche zueinander erkennen zu können. In Abbildung 5.10 sind die Ergebnisse der lokalen Fouriertransformation für die im Amplitudenspektrum 5.9 eingetragenen Frequenzen  $f_1$  bis  $f_6$  gezeigt. In der Amplitude bedeutet weiß minimale Amplitude und schwarz maximale Amplitude. Die Phase ist von 0 bis  $2\pi$  geplottet mit dem Farbübergang weiß-schwarz-weiß, d. h. ein Farbkontrast von z. B. weiß-schwarz bedeutet eine Phasenverschiebung um  $\pi$  (d. h. die betreffenden Bereiche schwingen gegenphasig), entsprechend sind die Graustufen zu berücksichtigen. Wie man zunächst bei den ersten beiden in Abbildung 5.10 aufgetragenen Moden ( $f_1 = 0.28$  GHz und  $f_2 = 2.03$  GHz) erkennen kann, handelt es sich aufgrund der nahezu einheitlichen Amplituden und Phasen um „quasi-uniforme“ Moden. Diese quasi-uniformen Moden lassen sich in erster Linie auf die Präzession von  $\vec{J}$  um die verschiedenen Achsen der auftretenden Anisotropien (uniaxiale Kristallanisotropie und biaxiale Diskretisierungsanisotropie) und um das eigene Streufeld zurückführen. Das Gleiche gilt für die restlichen Frequenzpeaks in Abbildung 5.9, die im Bereich  $f \leq f_2$  liegen. Auf eine nähere Zuordnung

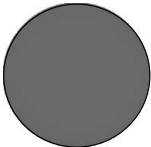
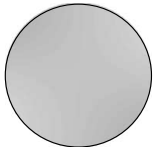
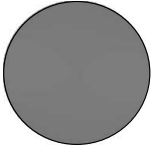
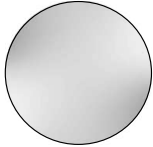
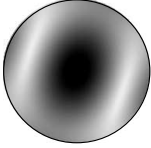
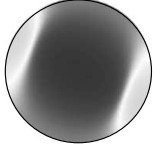
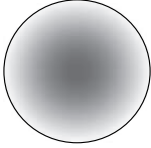
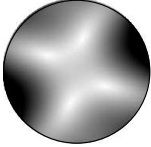

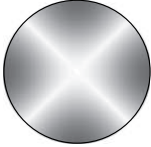
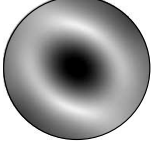

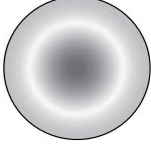
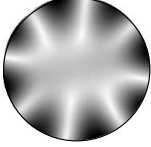

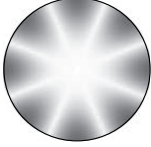
	Simulation		Theorie
	Amplitude	Phase	Amplitude
$f_1$			
$f_2$			
$f_3$			
$f_4$			
$f_5$			
$f_6$			

Abbildung 5.10: Lokale Fouriertransformation: Amplitude und Phase der aus Abbildung 5.9 abzulesenden Moden. Zum Vergleich sind theoretische Ergebnisse mitabgebildet (Betrag des Realteils von (5.11) mit den, in der weiter unten folgenden Tabelle angegebenen Randbedingungen). Die Farbgebung für die Amplitude ist weiß-schwarz ( $\equiv$  minimal-maximal); die Phase ist von  $0..2\pi$  aufgetragen mit dem Farbübergang weiß-schwarz-weiß ( $\equiv 0 - \pi - 2\pi$ ).



dieser Moden wird hier verzichtet, da sie im Folgenden nicht weiter von Bedeutung sind.

Das wesentliche Interesse richtet sich hier auf die restlichen abgebildeten Moden  $f_3$  bis  $f_6$ . Es handelt sich dabei offenbar um Eigenzustände des angeregten Spinsystems. Diese Eigenzustände einer flachen single-domain-Zylinderstruktur sind von Guslienko und Slavin [82, 83], ausgehend von der linearisierten LLG-Gleichung (2.24) und unter Verwendung verschiedener Näherungen, analytisch berechnet worden. Die Frequenzen  $f_{mn}$  dieser Eigenmoden sind nach [82] bzw. [83], im Folgenden als „Theorie“ bezeichnet, durch folgende Formel gegeben (mit  $m \in \mathbf{N}_0$  und  $n \in \mathbf{N}$ ):

$$f_{mn} = \frac{|\gamma_0| M_S}{2\pi} \sqrt{\frac{H_{ext}}{M_S} + \frac{2A}{J_S M_S} \frac{\alpha_{mn}^2}{R^2} - h_d(\eta) + \frac{1}{2} f(2\eta\alpha_{mn})} \cdot \sqrt{\frac{H_{ext}}{M_S} + \frac{2A}{J_S M_S} \frac{\alpha_{mn}^2}{R^2} - h_d(\eta) + 1 - f(2\eta\alpha_{mn})} \quad (5.9)$$

Dabei sind  $H_{ext}$  der Betrag des externen Feldes, das parallel zum zeitlichen Mittelwert von  $\vec{J}$  liegen soll, und  $h_d(\eta)$  der vom Aspektverhältnis  $\eta$  abhängige in-plane-Entmagnetisierungsfaktor  $N_{xx}$  bzw.  $N_{yy}$ , der näherungsweise aus (3.2) berechnet werden kann,  $f(x) = 1 - (1 - \exp(-x))/x$  entspricht dem dynamischen Dipolterm, und der Term mit  $(2A)/(J_S M_S)$  ist der Austauschwechselwirkung zuzuordnen. Der Parameter  $\alpha_{mn}$  bleibt noch zu bestimmen, er ergibt sich aus den jeweiligen Randbedingungen.

Zwischen den im Amplitudenspektrum 5.9 eingetragenen Frequenzen  $f_3$  bis  $f_6$  und den theoretischen Frequenzen (5.9) besteht die Korrespondenz  $f_3 \equiv f_{01}$ ,  $f_4 \equiv f_{21}$ ,  $f_5 \equiv f_{01}$  und  $f_6 \equiv f_{41}$ , mit den weiter unten diskutierten Randbedingungen.

Mit dem Term  $h_d(\eta)$  in (5.9) wird das statische Streufeld berücksichtigt, da es sich hier jedoch um ein dynamisches System handelt, kann dies nur eine Näherung sein. Gleiches gilt in Bezug auf die Ortsabhängigkeit des Streufeldes: wie aus Abbildung 5.6 ersichtlich ist, ist das Streufeld am Rand des Zylinders stark erhöht, während es im inneren Bereich einen ziemlich flachen Verlauf zeigt. Für das lokale dynamische Verhalten der Spins müsste korrekterweise das lokal vorliegende Streufeld berücksichtigt werden. Da es sich bei den hier betrachteten Anregungen des Spinsystems (abgesehen von den uniformen Moden) um lokal variable Zustände handelt, kann durch den Faktor  $h_d(\eta)$  das dynamische Verhalten nicht richtig wiedergegeben werden. Daher wird im Folgenden  $h_d(\eta)$  durch den Wert des ortsabhängigen Entmagneti-

sierungsfaktors  $N_{xx}(\vec{r})$  in der Zylindermitte, d. h. bei  $\vec{r} = \vec{0}$  (entsprechend Abbildung 3.1), ersetzt [84], da dadurch zumindest das Streufeld im inneren Bereich, in dem es einen in etwa konstanten Verlauf besitzt, näherungsweise beschrieben werden kann:

$$h_d(\eta) = \frac{1}{2} \frac{\eta}{\sqrt{1+\eta^2}} \approx \frac{1}{2} \eta \quad (\eta \ll 1) \quad (5.10)$$

Die zu den Frequenzen (5.9) gehörigen Eigenfunktionen bezüglich  $m_z$  sind gegeben durch

$$m_z^{mn}(r, \varphi) \sim J_m\left(\frac{\alpha_{mn}r}{R}\right) \cdot \exp(im\varphi) \quad (m \in \mathbf{N}_0, n \in \mathbf{N}), \quad (5.11)$$

wobei  $J_m$  die Besselfunktion  $m$ -ter Ordnung ist.

Im Fall eines Zylinders schreibt sich die Randbedingung für  $\vec{m}_0$  ( $\vec{m} = \vec{m}_S + \vec{m}_0(\vec{r}, t)$ ,  $\vec{m}_S \approx \text{const.}$ ,  $|\vec{m}_0| \ll 1$ ) als  $(R \partial \vec{m}_0 / \partial n + p_0 \cdot \vec{m}_0)|_{r=R} = \vec{0}$ , wobei  $\partial / \partial n$  die Normalenableitung bezüglich des Zylinderrandes und  $p_0$  ein „pinning“-Parameter ist, mit dem z. B. eine Oberflächenanisotropie berücksichtigt werden kann [82, 83, 85]. Da hier Letztere nicht vorhanden ist, wird  $p_0$  auf den Einfluss der Dipolwechselwirkung bezogen: Spins, die nicht parallel zur Oberfläche liegen, induzieren Oberflächenladungen, die ein Streufeld verursachen, welches die Streufeldenergie erhöht. Um diese Energieerhöhung zu minimieren, versuchen die Spins eine Normalkomponente zur Oberfläche zu vermeiden, d. h. „starr“ zu sein. Diese Betrachtung gilt zunächst nur für die Magnetostatik, sie wird jedoch hier wie in [86] auf die Dynamik ausgeweitet. Eine andere Interpretation ist, dass die Präzessionsfrequenzen der Spins sich in erster Näherung wie  $\omega \sim \sqrt{N_{zz}}$  verhalten, wobei  $N_{zz}$  der Entmagnetisierungsfaktor eines homogen magnetisierten Zylinders in  $z$ -Richtung ist. Dieser Faktor  $N_{zz}$  ist ortsabhängig, sein radiales Profil zeigt im Inneren des Zylinders einen sehr flachen Verlauf mit  $N_{zz} \approx 1$ , während es am Rand stark abfällt. Dies bedeutet, dass  $\omega$  am Rand deutlich kleiner ist als im inneren Bereich: die Spins am Rand erscheinen also den Spins im Inneren als „gepinnt“. Auf dieses „dynamische Pinning“ wird auch in [87] hingewiesen.

Dominiert in einem ferromagnetischen System die Austauschwechselwirkung, so erhält man nach Rado und Weertman [85] die „dynamische“ Randbedingung, dass  $\partial \vec{m}_0 / \partial n$  bei  $r = R$  verschwinden muss. Dies bedeutet, dass die Spins am Rand ungepinnt sind, die Dipolwechselwirkung und  $p_0$  spielen hier keine Rolle. Bei steigender Bedeutung der Dipolwechselwirkung und anderer Wechselwirkungen (z. B. magnetostriktiver Effekte) kommt es zu einer

„gemischten“ Randbedingung, die durch  $p_0$  berücksichtigt werden kann [86]. Erst bei Dominanz dieser anderen Wechselwirkungen gegenüber der Austauschwechselwirkung wird die Randbedingung sein, dass die Spins am Rand gepinnt sind [86, 88].

Vergleicht man in (5.9) die nicht-statischen Terme der Austausch- und der Dipolwechselwirkung, so stellt man fest, dass im vorliegenden Fall eines Zylinders mit  $R = 75$  nm der Austauschterm für  $\alpha_{mn} \geq 1.8$  ( $\alpha_{mn} \geq 1.8$  gilt sowohl für die Randbedingung gepinnter als auch ungepinnter Spins) dem Dipolterm vergleichbar ist bzw. überwiegt. Man wird daher hier eine gemischte Randbedingung vorliegen haben, zumindest für die untersten Anregungen, bei denen  $\alpha_{mn} \approx 2$  ist. Da es für die Geometrie eines Zylinders bisher keine analytischen Lösungen für  $p_0$  gibt und da die theoretische Behandlung gemischter Randbedingungen äußerst komplex ist, wird hier darauf verzichtet, diese Art der Randbedingung bei der Berechnung der Eigenfrequenzen (5.9) in Betracht zu ziehen. Es wird also im Folgenden angenommen, dass am Rand entweder vollständig gepinnte oder vollständig ungepinnete Spins vorliegen. Die  $\alpha_{mn}$  erhält man dann je nach Randbedingung als  $n$ -te positive Wurzel der Gleichung

$$\begin{aligned} J_m(x) &= 0 && \text{(vollständig gepinnt)} \\ \text{bzw. } dJ_m(x)/dx &= 0 && \text{(vollständig ungepinnt)}. \end{aligned} \quad (5.12)$$

Durch die jeweilige Randbedingung kommt es also zu einer Quantisierung der Anregungen. In Abbildung 5.10 werden die Amplitudenverteilungen aus der Simulation für die verschiedenen Frequenzen  $f_3$  bis  $f_6$  mit dieser Theorie verglichen, geplottet ist dabei jeweils der Betrag des Realteils von (5.11). Nachfolgende Tabelle zeigt, welche Frequenzen  $f_{mn}$ , die aus (5.9), (5.10) und (5.12) berechnet wurden, dabei den Frequenzen aus der Simulation zugeordnet worden sind.

Simulation	Theorie	Randbedingung
$f_3 = 6.14$ GHz	$f_{01} = 5.77$ GHz	Spins gepinnt
$f_4 = 7.77$ GHz	$f_{21} = 7.18$ GHz	Spins ungepinnt
$f_5 = 10.25$ GHz	$f_{01} = 9.15$ GHz	Spins ungepinnt
$f_6 = 12.25$ GHz	$f_{41} = 12.77$ GHz	Spins ungepinnt

Für die unterste hier auftretende Anregung  $f_3 = 6.14$  GHz ist die Zuordnung  $f_3 \equiv f_{01}$  mit der Bedingung gepinnter Spins sinnvoll, da hier der Dipolterm

dem Austauschterm in (5.9) vergleichbar ist. Bei den restlichen höheren Anregungen werden jeweils ungepinnte Spins angenommen. Auf einige Auffälligkeiten sei hier hingewiesen:

- a) Die Abweichungen in den Amplituden in Abbildung 5.10 zwischen Theorie und Simulation sind in erster Linie auf die Inhomogenität des Streufeldes und die dadurch lokal unterschiedlichen Präzessionsfrequenzen von  $\vec{J}$  zurückzuführen. Verstärkt wird dieser Effekt des inhomogenen Streufeldes durch die geringe Größe des Zylinders. Diese Abweichungen spiegeln sich in den Frequenzen wider.
- b) Bei der Berechnung der theoretischen Frequenzen  $f_{mn}$  (5.9) wurde von der linearisierten LLG-Gleichung ausgegangen [82, 83]. Inwiefern hier Nichtlinearitäten eine Rolle spielen, ist schwer abzuschätzen.
- c) Überdies kommt die bereits mehrfach angesprochene Näherung vollständig gepinnter bzw. vollständig ungepinnter Spins zum Tragen: dadurch, dass gemischte Randbedingungen ausgeschlossen werden, erhält man zwangsweise Unterschiede zwischen Theorie und Simulation.
- d) Die theoretisch den Frequenzen  $f_3$ ,  $f_4$ ,  $f_5$  und  $f_6$  zugeordneten Anregungen  $f_{01}$ ,  $f_{21}$ ,  $f_{01}$  und  $f_{41}$  (mit der jeweiligen Randbedingung) des Spinsystems sind sämtlich mindestens zweizählig. Der tiefere Grund für diesen Umstand ist nicht einzusehen: warum sollten Zustände mit einer geringeren Symmetrie nicht mitangeregt werden? Der Verweis darauf, dass sich diese Anregungen durch die Mittelung in  $m_z$  wegheben und somit im Amplitudenspektrum 5.9 nicht auftauchen, würde auch für die anderen Anregungen gelten, und ist somit nicht tragbar. Darüberhinaus ist in der lokalen Fouriertransformation im Bereich von  $f = 0$  GHz bis  $f = 20$  GHz keine einzählige Anregung festzustellen. Die einzige Vermutung gründet sich auf das die Anregungen entscheidend mitbestimmende in-plane-Streufeld  $H_{d,x}$ : dieses ist nämlich zweizählig, wie in Abbildung 5.6 zu sehen ist. Den Einfluss dieser Inhomogenität von  $H_{d,x}$  kann man deutlich unter anderem an der „ovalen“ Form der Amplitudenverteilung für  $f_3$  erkennen.

Im Großen und Ganzen können also die verschiedenen Moden mit Hilfe der lokalen Fouriertransformation identifiziert werden, wodurch ein Einblick in das Spektrum der angeregten Moden gewonnen werden kann.

### 5.3 Umschaltzeiten $t_{1/2}$ eines single-domain-Zylinders

Wie bereits in den Ausführungen zu den in Abschnitt 5.1 behandelten Fällen 1 bis 3 unter a) erwähnt, kann während des Ummagnetisierungsprozesses näherungsweise von einem single-domain-Verhalten ausgegangen werden. Auf dieser Grundlage werden nachfolgend die Umschaltzeiten  $t_{1/2}$  berechnet, welche die Dauer angeben, in der  $\vec{J}$  um  $180^\circ$  gedreht wird. Ausgangspunkt hierzu ist die LLG-Gleichung (2.24), die unter Vernachlässigung des Dämpfungs-terms<sup>6</sup> in Zylinderkoordinaten lautet:

$$\dot{\varphi} = |\gamma_0| \left[ H_{eff,z} - (H_{eff,x} \cos(\varphi) + H_{eff,y} \sin(\varphi)) \frac{m_z}{\sqrt{1 - m_z^2}} \right] \quad (5.13)$$

$$\dot{m}_z = -|\gamma_0| [H_{eff,y} \cos(\varphi) - H_{eff,x} \sin(\varphi)] \sqrt{1 - m_z^2} \quad (5.14)$$

Dabei sind  $H_{eff,i}$  ( $i = x, y, z$ ) die Komponenten des effektiven Feldes  $\vec{H}_{eff}$ , und die normierten Komponenten von  $\vec{J}$  sind gegeben durch

$$m_x = \cos(\varphi) \sqrt{1 - m_z^2}, \quad m_y = \sin(\varphi) \sqrt{1 - m_z^2}, \quad m_z. \quad (5.15)$$

Da sich im vorhergehenden Abschnitt herausstellte, dass das Ummagnetisieren eines anfangs in  $+x$ -Richtung magnetisierten Zylinders durch ein externes Feld  $\vec{H}_{ext}$  in  $-x$ -Richtung dem Spinsystem wesentlich mehr Energie zuführt als externe Felder in  $y$ - bzw.  $z$ -Richtung, und diese Energie zur Anregung von Dipol-Austausch-Spinwellen beiträgt, was sich ungünstig auf den Umschaltprozess auswirkt, wird im Folgenden stets  $H_x = 0$  gesetzt ( $\vec{H}_{ext} = (H_x, H_y, H_z)$ ), während verschiedene andere Parameter variiert werden.

a)  $\vec{H}_{ext} = (0, H_y, 0)$ ,  $K_u = 0$ :

Die Gleichungen (5.13) und (5.14) vereinfachen sich wie folgt:

$$\dot{\varphi} \approx -|\gamma_0| (N_z + H_y \sin(\varphi)) \cdot m_z \approx -|\gamma_0| N_z m_z \quad (5.16)$$

$$\dot{m}_z \approx -|\gamma_0| H_y \cos(\varphi) \quad (5.17)$$

---

<sup>6</sup>Unter der Annahme  $\alpha \ll 1$  spielt die Dämpfung innerhalb der ersten halben Präzessionsdauer von  $\vec{J}$ , die hier entscheidend ist, eine untergeordnete Rolle.

wobei  $N_z = N_{zz} \cdot J_S / \mu_0$  mit dem Entmagnetisierungsfaktor eines homogen magnetisierten Zylinders  $N_{zz}$  in  $z$ -Richtung ist, hier im Fall einer flachen Zylinderstruktur kann  $N_{zz} \approx 1$  gesetzt werden. Für das externe Feld  $H_y$  soll  $H_y \ll J_S / \mu_0$  gelten. Nochmaliges Differenzieren von (5.16) nach der Zeit  $t$ , Ersetzen von  $\dot{m}_z$  durch (5.17) und beidseitige Multiplikation mit  $2\dot{\varphi}$  ergibt eine Gleichung für  $\dot{\varphi}^2$ , die durch korrekte Einbindung der Anfangsbedingung  $\dot{\varphi}(0) = 0$  und durch Trennung der Variablen zur Gleichung

$$\int_0^{t_0} dt = \int_0^{\varphi(t_0)} \frac{d\varphi}{\omega \sqrt{2 \sin(\varphi)}} \quad (5.18)$$

führt. Die Umschaltzeit  $t_{1/2}$  ist dann gegeben durch  $t_0 = t_{1/2}$  und  $\varphi(t_{1/2}) = \pi$ , woraus folgt [89, 90]:

$$t_{1/2} = \frac{2}{\omega} \cdot K\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \approx \frac{3.71}{\omega} \quad (5.19)$$

Dabei ist  $\omega = |\gamma_0| \sqrt{N_z H_y}$ ;  $K$  ist das vollständige elliptische Integral erster Gattung. Abbildung 5.11 zeigt  $t_{1/2}$  als Funktion von  $H_y$ , wobei zum

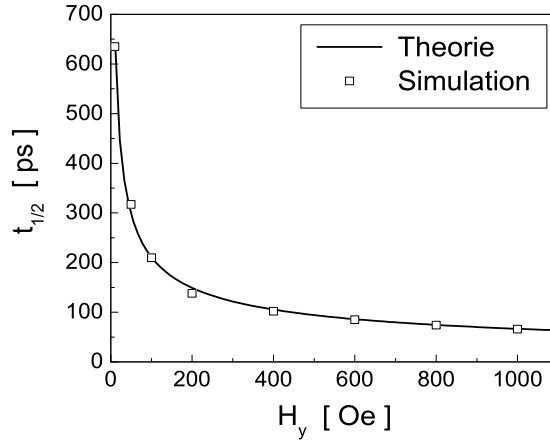


Abbildung 5.11: Umschaltzeit  $t_{1/2}$  für einen single-domain-Zylinder als Funktion von  $H_y$ ; miteingetragen sind die Ergebnisse aus den Simulationen.

Vergleich die Ergebnisse aus der Simulation für den Permalloy-Zylinder mit Radius  $R = 75$  nm und Höhe  $h = 2$  nm ( $J_S = 1$  T,  $\alpha = 0.008$ ) eingetragen sind (Ausgangszustand war jeweils der in Abbildung 5.1 dargestellte onion-state). In den Simulationen wurde  $t_{1/2}$  dadurch bestimmt, dass  $m_x(t)$  bei  $t_{1/2}$  das „erste Minimum“ annahm (vgl. Abbildung 5.3).

b)  $\vec{H}_{ext} = (0, H_y, H_z)$ ,  $H_{ext} = |\vec{H}_{ext}| = const.$ ,  $K_u = 0$ :

In analoger Weise kann  $t_{1/2}$  für den Fall berechnet werden, dass das externe Feld in der  $(y-z)$ -Ebene gedreht wird. Die Gleichungen (5.13) und (5.14) können wieder vereinfacht werden:

$$\begin{aligned}\dot{\varphi} &\approx -|\gamma_0| (N_z + H_y \sin(\varphi)) \cdot m_z + |\gamma_0| H_z \approx \\ &\approx -|\gamma_0| (N_z m_z - H_z)\end{aligned}\quad (5.20)$$

$$\dot{m}_z \approx -|\gamma_0| H_y \cos(\varphi) \quad (5.21)$$

Bezeichnet man mit  $\Phi$  den Winkel zwischen  $\vec{H}_{ext}$  und  $+y$ -Richtung (für  $\Phi = 0^\circ$  ist also  $\vec{H}_{ext} = (0, H_y, 0)$ , bzw. für  $\Phi = 90^\circ$  ist  $\vec{H}_{ext} = (0, 0, H_z)$ ), so lässt sich  $t_{1/2}$  schreiben als:

$$t_{1/2} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \omega} \int_0^\pi \frac{d\varphi}{\sqrt{\sin(\varphi) \cos(\Phi) + \frac{H_{ext}}{2N_z} \sin^2(\Phi)}} \quad (5.22)$$

Dabei ist  $\omega = |\gamma_0| \sqrt{N_z H_{ext}}$ . Abbildung 5.12 zeigt  $t_{1/2}$  als Funktion des Winkels  $\Phi$ , wobei  $H = 500$  Oe gesetzt wurde. Die Auswertung des Inter-

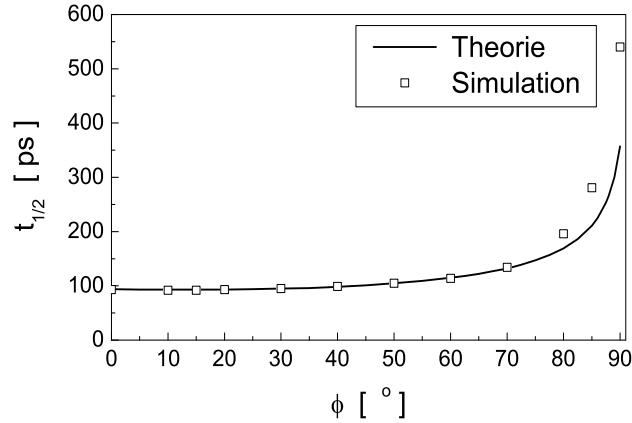


Abbildung 5.12: Umschaltzeit  $t_{1/2}$  als Funktion des Winkels  $\Phi$ , wobei  $H_{ext} = 500$  Oe gesetzt wurde; miteingetragen sind die Ergebnisse aus den Simulationen.

gals (5.22) führt auf elliptische Integrale, hier wurde jedoch (5.22) numerisch ausgewertet. Zum Vergleich sind in Abbildung 5.12 wieder die Simulationsergebnisse eingetragen. Die zunehmende Diskrepanz zwischen Theorie und Simulation für  $\Phi \geq 70^\circ$  ist darauf zurückzuführen,

dass in der Theorie (5.13) und (5.14) die Dämpfung vernachlässigt wurde, so dass es zu keiner Relaxation von  $\vec{J}$  in Richtung externes Feld kommt. Durch die  $H_y$ -Komponente von  $\vec{H}_{ext}$  wird  $\vec{J}$  in  $-z$ -Richtung ausgelenkt, das dadurch entstehende Streufeld in  $+z$ -Richtung und die  $H_z$ -Komponente des externen Feldes üben beide ein Drehmoment auf  $\vec{J}$  aus, welches  $\vec{J}$  in  $-x$ -Richtung dreht. Aufgrund der nicht verschwindenden Dämpfung in der Simulation relaxiert  $\vec{J}$  in Richtung externes Feld (also für  $\Phi \geq 70^\circ$  insbesondere in Richtung  $H_z$ ), was eine Abnahme des Streufeldes in  $+z$ -Richtung zur Folge hat. Dadurch wiederum verringert sich die Präzessionsgeschwindigkeit von  $\vec{J}$ . Wird  $J_z$  positiv, so entsteht sogar ein Streufeld in  $-z$ -Richtung, welches die Bewegung von  $\vec{J}$  abbremst; dies wird besonders im Fall  $\Phi = 90^\circ$  deutlich.

c)  $\vec{H}_{ext} = (0, H_y, 0)$ ,  $K_u \neq 0$ :

Im letzten Fall wird ein externes Feld in  $+y$ -Richtung angenommen, während die uniaxiale Anisotropiekonstante  $K_u$  (mit energetisch bevorzugter  $x$ -Achse) variiert wird. Unter Einführung der „reduzierten“ Anisotropiekonstanten  $k_u = (2K_u)/J_S$  vereinfachen sich die Gleichungen (5.13) und (5.14) zu:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi} &\approx -|\gamma_0| \left( N_z + H_y \sin(\varphi) + k_u \cos^2(\varphi) \right) \cdot m_z \approx \\ &\approx -|\gamma_0| N_z m_z \end{aligned} \quad (5.23)$$

$$\dot{m}_z \approx -|\gamma_0| (H_y \cos(\varphi) - k_u \sin(\varphi) \cos(\varphi)) \quad (5.24)$$

Daraus lässt sich wieder  $t_{1/2}$  angeben:

$$t_{1/2} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \omega} \int_0^\pi \frac{d\varphi}{\sqrt{\sin(\varphi) - \frac{k_u}{2H_y} \sin^2(\varphi)}} \quad (5.25)$$

Wobei  $\omega = |\gamma_0| \sqrt{N_z H_y}$  ist. Auch hier wird das Integral (5.25) numerisch ausgewertet. In Abbildung 5.13 ist  $t_{1/2}$  als Funktion der Anisotropiekonstanten  $K_u$  dargestellt, wobei  $H_y = 500$  Oe gesetzt wurde. Zum Vergleich sind wieder die Simulationsergebnisse miteingetragen. Die zunehmende Abweichung zwischen Theorie und Simulation für  $K_u \geq 25$  kJ/m<sup>3</sup> lässt sich vermutlich in erster Linie auf die Inhomogenität des Streufeldes und die damit verbundene Abweichung vom „idealen“ single-domain-Verhalten zurückführen. In der Simulation liegen die Spins im Ausgangszustand (siehe Abbildung 5.1) in der Regel



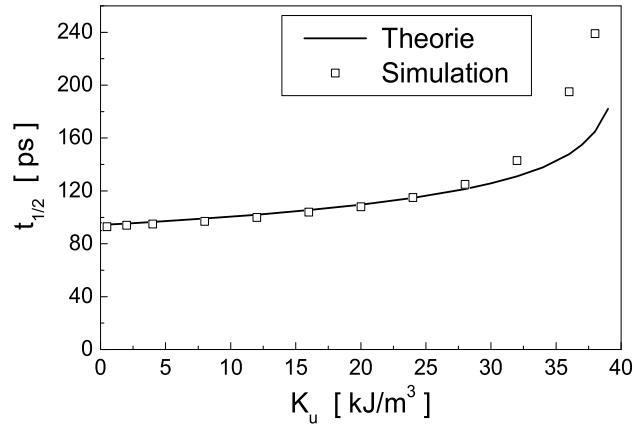


Abbildung 5.13: Umschaltzeit  $t_{1/2}$  als Funktion der Anisotropiekonstanten  $K_u$ , das externe Feld zeigt in  $+y$ -Richtung, mit  $H_y = 500$  Oe; miteingetragen sind die Ergebnisse aus den Simulationen.

nicht exakt parallel zur  $x$ -Achse, so dass das anfängliche Drehmoment, welches durch das externe Feld erzeugt wird, bei diesen Spins nur vermindert wirken kann. Dieser Effekt macht sich mit einer stärker werdenden Anisotropie  $K_u$ , welche die Spins in  $x$ -Richtung festhalten will, zunehmend bemerkbar; folglich erhöhen sich auch die Umschaltzeiten  $t_{1/2}$ . Eine schwache uniaxiale Anisotropie  $K_u \leq 5$  kJ/m<sup>3</sup> dagegen hat für „genügend“ starkes  $H_y$  praktisch keinen Einfluss auf die Umschaltzeiten  $t_{1/2}$ .

Insgesamt zeigt sich also, dass bei der weitgehend analytischen Berechnung der Umschaltzeiten  $t_{1/2}$  die Annahme eines single-domain-Verhaltens während des Ummagnetisierungsprozesses durchaus sinnvoll ist. Diese Annahme wurde auch in [91] benutzt, um das Umschaltverhalten von Teilchen mit starker uniaxialer Anisotropie zu untersuchen. Der Einfluss verschiedener, variabler „äußerer“ Parameter auf  $t_{1/2}$  kann damit quantitativ „abgeschätzt“ werden.

Nachdem in diesem Kapitel der single-domain-Zustand bezüglich seiner „Umschaltdynamik“ ausführlich behandelt wurde, werde ich im nächsten Kapitel die Dynamik des Vortextzustandes eingehend untersuchen.

# Kapitel 6

## Dynamik des Vortexzustandes in flachen Kreisstrukturen

In diesem Kapitel werden verschiedene dynamische Aspekte des Vortexzustandes untersucht. Dabei wird im Folgenden zwischen den Richtungen des extern angelegten Feldes unterschieden: als Erstes werden zeitabhängige in-plane-Felder behandelt, und als Zweites erfolgt die Anregung des Vortexzustandes durch zeitabhängige out-of-plane-Felder.

### 6.1 Zeitabhängige in-plane-Felder

Dieser Abschnitt beinhaltet die Anregung der Vortexstruktur durch zeitabhängige externe Felder, die in der Schichtebene angelegt werden. Die Möglichkeit, Vortexstrukturen als mögliche Datenspeicherelemente zu verwenden (wobei sowohl die Vortizität, also der Drehsinn des Vortex, als auch die Polarisierung des Vortexkerns ausgenutzt werden), verlangt, dass sowohl die Vortizität als auch die Polarisierung unabhängig voneinander geschaltet werden können. Um die Vortizität durch in-plane-Felder schalten zu können, muss der Vortex vollständig aus dem Zylinder gedrängt werden. Die Vortizität des in Remanenz (also nach Abschalten des externen Feldes) neu entstehenden Vortex kann jedoch bei Zylindern nicht beeinflusst werden, die entstehenden „Chiralitäten“ (Drehsinne) sind statistisch verteilt [92]. Durch Manipulation der Form des Zylinders kann aber ein bestimmter Drehsinn bevorzugt werden [92]. Auf jeden Fall muss der Vortexkern aus dem Zylinder gedrängt werden, daher wird zunächst der Annihilationsvorgang näher betrachtet.

### 6.1.1 Annihilation des Vortex

Ausgangspunkt ist ein Permalloy-Zylinder (Radius  $R = 150$  nm, Höhe  $h = 4$  nm,  $A = 13 \cdot 10^{-12}$  J/m,  $J_S = 1.08$  T,  $K_u = 0$ ) mit stabiler Vortexkonfiguration, an dem zur Zeit  $t = 0$  ein externes in-plane-Feld  $\vec{H}_{ext} = (0, -H_y, 0)$  ( $H_y > 0$ ) angelegt wird. Ist der Drehsinn des Vortex dem Uhrzeigersinn entgegengerichtet, dann wird der Vortexkern in die positive  $x$ -Richtung verschoben. Es wird jeweils in Abhängigkeit von  $H_y$  die „kritische“ Zeitdauer  $t_k$  bestimmt, in der der Vortexkern bis zum Rand des Zylinders gedrängt wird (also bis die Verschiebung  $\Delta = R$  ist). In Abbildung 6.1 sind die Simulationsergebnisse für verschiedene Gilbert-Dämpfungsparameter  $\alpha$  aufgetragen. Wird das externe Feld bei  $t = t_k$  abgeschaltet, so entscheiden

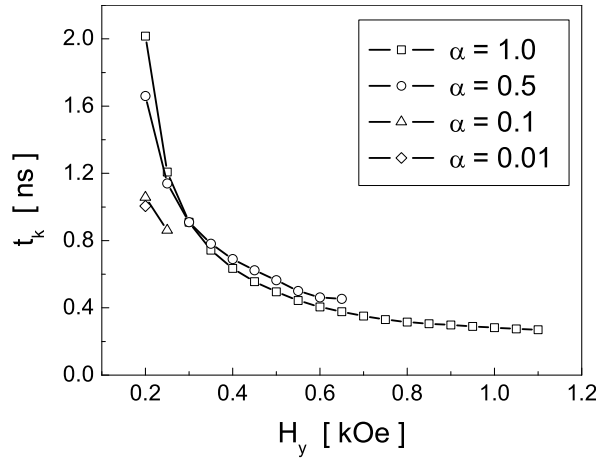


Abbildung 6.1: „Kritische“ Zeitdauer  $t_k$  der Vortexannihilation in Abhängigkeit vom externen Feld  $H_y$ ; es sind Ergebnisse für verschiedene Gilbert-Dämpfungsparameter  $\alpha$  dargestellt.

energetische Aspekte darüber, ob der Vortexkern in die Zylindermitte zurückwandert ( $\Delta \rightarrow 0$ ) oder gänzlich aus dem Zylinder verschwindet ( $\Delta \rightarrow \infty$ , das wäre dann der Übergang zu einem single-domain-Zustand). Dies sei jedoch hier nicht weiter von Interesse.

Wird berücksichtigt, dass zum Schalten der Vortizität zusätzlich zur Zeit  $t_k$  noch die Zeit der vollständigen Verdrängung der Vortexstruktur aus dem Zylinder und die Entstehungszeit des neuen Vortex hinzukommen, so wird aus Abbildung 6.1 ersichtlich, dass starke Felder  $H_y$  benötigt werden, um Schaltzeiten im unteren ns-Bereich zu erhalten. Darüberhinaus kommt es je

nach Stärke von  $H_y$  und Größe von  $\alpha$  zu Instabilitäten im sich verschiebenden Vortexkernbereich, die zur Änderung der Polarisierung und damit zur Zerstörung der darin enthaltenen Information führen können. In Abbildung 6.1 ist der Vortexkernbereich jeweils nur bis zum Endpunkt der zu den verschiedenen  $\alpha$  gehörenden Kurven stabil: während für  $\alpha = 1.0$  erst für Felder  $H_y > 1.1$  kOe im Vortexzentrum Instabilitäten auftreten, geschieht dasselbe für  $\alpha = 0.01$  bereits bei  $H_y = 200$  Oe. Abbildung 6.2 zeigt in einer  $(H_y, \alpha)$ -Ebene die Trennlinie zwischen den Bereichen, in denen der Vortexkern stabil bzw. instabil ist.

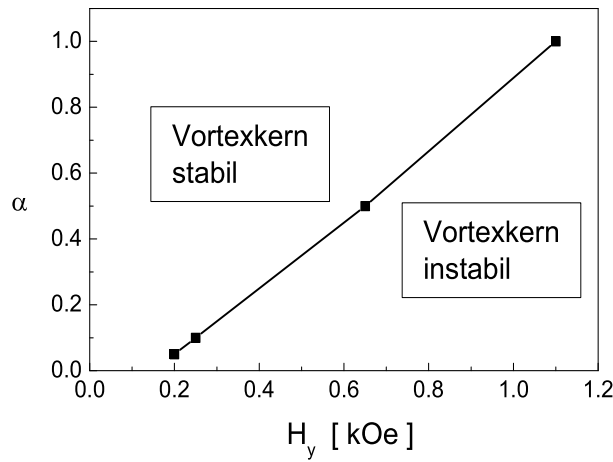


Abbildung 6.2: Trennlinie, welche die „dynamische“ Stabilität bzw. Instabilität des Vortexkernbereiches während der Annihilation des Vortex durch in-plane-Felder in einer  $(H_y, \alpha)$ -Ebene zeigt.

Im Fall  $\alpha = 0.02$  und  $H_y = 300$  Oe ist in Abbildung 6.3 eine Bildsequenz aus der Vortexannihilation dargestellt, wie sie in der Simulation erhalten wurde. Deutlich zu erkennen ist die während der Annihilation auftretende Instabilität des Vortexkerns. Auffällig ist darüberhinaus, dass der Vortexkern nicht exakt in die positive  $x$ -Richtung verschoben wird, sondern seitlich nach oben abgedrängt wird. Dies lässt sich dadurch erklären, dass während der ersten ca. 100 ps sich eine Art 180°-Wand zwischen 0 und  $R$  ausbildet, deren Endpunkt an den Vortexkern gekoppelt ist. Unter dem Einfluss des in-plane-Feldes  $H_y$  tendiert die Wand dazu, sich mit einer Bewegungsrichtung parallel zu  $\pm H_y$  aus dem Zylinder zu entfernen (bei  $t = 0.6$  ns kann die Wand immer noch identifiziert werden), während der Vortexkern einer

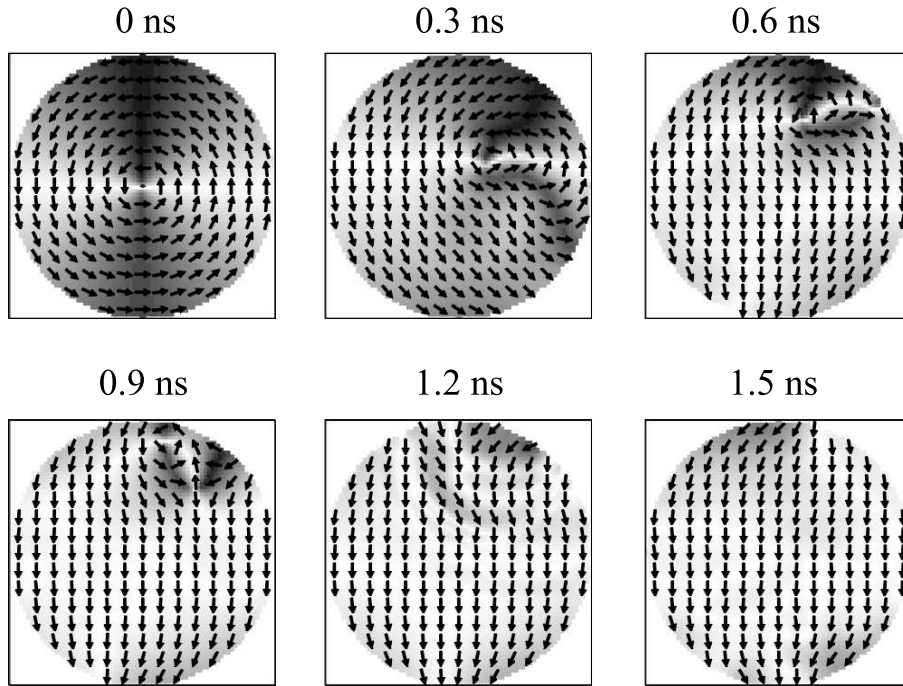


Abbildung 6.3: *Bildsequenz einer Vortexannihilation ( $\alpha = 0.02$ ,  $H_y = 300$  Oe): dieser Prozess erweist sich als komplizierter und „langwieriger“ Vorgang.*

gyromagnetischen Bewegung (siehe dazu weiter unten) unterworfen ist. Die Kopplung zwischen Vortexkern und Wand führt zu dem beobachteten, komplizierten Annihilationsvorgang. Ein weiterer erwähnenswerter Aspekt, der in Abbildung 6.3 auftaucht, ist die Dauer der Vortexannihilation: trotz des starken in-plane-Feldes  $H_y$  von 300 Oe dauert es etwa 1.5 ns, bis der Zylinder in einem single-domain-Zustand ist, wobei noch immer ein großer Teil der durch das externe Feld zugeführten Energie im Spinsystem vorhanden ist und sich durch Nachschwingen bemerkbar macht. Damit ergibt sich die Vortexannihilation durch in-plane-Felder als komplizierter und „langdauernder“ Prozess, der sich als Teil des Schaltvorgangs der Vortizität eher ungünstig darstellt.

### 6.1.2 Anregung der Vortexstruktur durch in-plane-Feldpulse

Im vorangehenden Abschnitt wurde ein sehr starkes in-plane-Feld instantan angelegt, wodurch die Vortexstruktur vernichtet wurde. Hier sollen die angelegten in-plane-Feldpulse eine sehr viel geringere Stärke haben, so dass es zwar zu einer kleinen Auslenkung des Vortexzentrums kommt, allerdings bleibt die Vortexstruktur erhalten, und es lassen sich die elementaren Anregungen einer solchen Vortexstruktur näher untersuchen.

Zunächst wird wieder ein Permalloy-Zylinder mit  $R = 150 \text{ nm}$ ,  $h = 4 \text{ nm}$ ,  $J_S = 1 \text{ T}$  und  $\alpha = 0.008$  ( $A = 13 \cdot 10^{-12} \text{ J/m}$ ,  $K_u = 0$ ) betrachtet, der stabile Grundzustand ist der Vortexzustand. An diesen Zylinder wird nun bei  $t = 0$  ein in-plane-Feldpuls in  $+x$ -Richtung der Stärke  $10 \text{ Oe}$  und der Dauer  $100 \text{ ps}$  angelegt. In Abbildung 6.4 ist die über den Zylinder gemittelte  $x$ -Komponente  $m_x$  als Funktion der Zeit  $t$  aufgetragen. Daraus sind

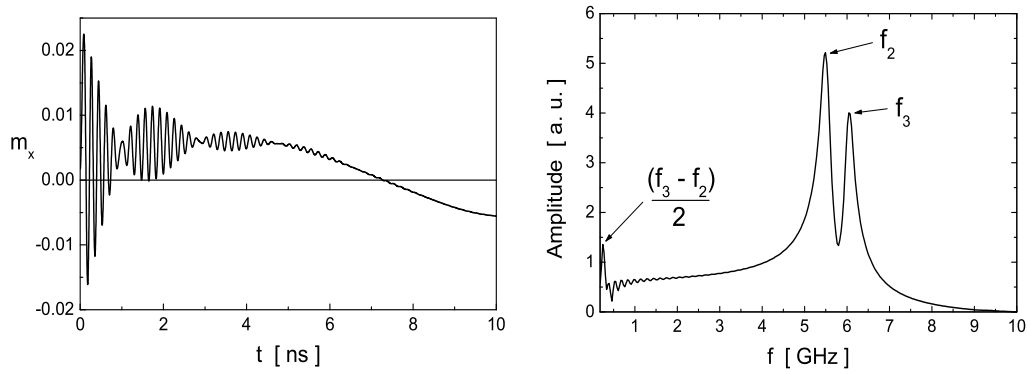


Abbildung 6.4: Anregung eines Permalloy-Zylinders ( $R = 150 \text{ nm}$ ,  $h = 4 \text{ nm}$ ) durch einen in-plane-Feldpuls in  $+x$ -Richtung der Stärke  $10 \text{ Oe}$  und der Dauer  $100 \text{ ps}$ : hier sind die über den Zylinder gemittelte  $m_x$ -Komponente als Funktion der Zeit und das zugehörige Amplitudenspektrum der Fouriertransformation dargestellt.

im Wesentlichen drei Frequenzen sichtbar, was auch eine Fouriertransformation bestätigt (siehe ebenfalls Abbildung 6.4): eine sehr niedrige Frequenz  $f_1 = 0.07 \text{ GHz}$  und zwei höhere, nahe beieinander liegende Frequenzen  $f_2 = 5.49 \text{ GHz}$  und  $f_3 = 6.04 \text{ GHz}$ , welche die auftretende Schwebung verursachen. Die langwellige Frequenz  $f_1$  ist zwar im Fourierspektrum nicht sichtbar (Überlagerung durch Artefakte der Fouriertransformation, die auf

einen endlichen Wellenzug angewendet wird), lässt sich aber aus der Bewegung des Vortexzentrums erklären [93]: das Vortexzentrum wird durch den Feldpuls etwas ausgelenkt, wandert jedoch nach Abschalten des Feldpulses nicht direkt in die Zylindermitte zurück, sondern wird auf eine spiralförmige Bahn um die Zylindermitte gezwungen. Eine anschauliche Erklärung ist wie folgt: durch den externen Feldpuls wurde dem Spinsystem Energie zugeführt, die im Wesentlichen in die Dipolenergie floss (Streifelder am Zylinderrand). Nach Abschalten des Feldpulses geht diese Dipolenergie im Gegensatz zur Zeeman-Energie nicht augenblicklich verloren. Da nun das Vortexzentrum durch das entstandene Streufeld in die Mitte zurückgedrückt wird, und da die LLG-Gleichung (2.24) für sehr kleines  $\alpha$  (wie es hier der Fall ist) innerhalb kleiner Zeitintervalle näherungsweise energieerhaltend ist, muss das Vortexzentrum senkrecht zur radial wirkenden „Kraft“ ausweichen, wodurch es zu einer Kreisbewegung des Vortexkerns um die Zylindermitte kommt. Durch die geringe Dämpfung, die durch das kleine  $\alpha$  gegeben ist, geht allmählich Energie verloren und der Vortexkern nähert sich insgesamt auf einer Spiralbahn der Ausgangslage, welche die Zylindermitte ist. Analytisch kann diese Vortexkernbewegung durch die Gleichung von Thiele [94] (oder auch [95]) beschrieben werden, in welcher vereinfachend vorausgesetzt wird, dass die Form des Vortexkerns erhalten bleibt. Guslienko [93] hat diese Gleichung von Thiele auf den hier betrachteten Fall angewendet und erhält:

$$\vec{G} \times \frac{\partial \vec{X}}{\partial t} - \frac{\partial E(\vec{X})}{\partial \vec{X}} = \vec{0} \quad (6.1)$$

Hierbei ist  $\vec{G}$  der in [94] definierte „Gyrovektor“,  $\vec{X}$  gibt die Position des Vortexzentrums an und  $E(\vec{X})$  ist die von  $\vec{X}$  und damit von der Verschiebung  $\Delta$  des Vortexzentrums abhängige Energie der Vortexstruktur. Da hier nur kleine Verschiebungen  $\Delta \ll R$  betrachtet werden, lässt sich mit dem „Positionsvektor“  $\vec{X}$  in Zylinderkoordinaten  $\vec{X} = (\Delta, \psi, z)$  die Energie  $E(\vec{X})$  schreiben als

$$E(\vec{X}) = E(\Delta) = E_d^\Delta + E_{ex}^\Delta. \quad (6.2)$$

Dabei sind  $E_d^\Delta$  bzw.  $E_{ex}^\Delta$  gegeben durch (3.56) bzw. (3.63), die Zeeman-Energie  $E_z^\Delta$  verschwindet, da kein externes Feld anliegt, und das Streufeld des Vortexkerns braucht nicht berücksichtigt zu werden, da es für  $\Delta \ll R$  konstant ist, d. h. nicht von  $\Delta$  abhängt. Mit dem Ansatz (3.12) für die  $m_z$ -

Komponente erhält man für den Gyrovektor

$$\vec{G} = -\frac{2\pi\hbar J_S}{|\gamma_0|} \cdot \vec{e}_z, \quad (6.3)$$

wobei  $\vec{e}_z$  der Einheitsvektor in  $z$ -Richtung ist. Beachtet man, dass  $\partial\vec{X}/\partial t = \vec{\omega} \times \vec{X} = \omega \cdot \vec{e}_z \times \vec{X}$  und  $\partial E(\vec{X})/\partial\vec{X} = (\partial E(\Delta)/\partial\Delta, 0, 0)$  sind, so erhält man mit derselben Näherung für  $(\partial E_{ex}^\Delta/\partial\Delta)$  wie in (3.69) für die Umlauffrequenz  $f_1 = \omega_1/(2\pi)$ :

$$f_1 \approx \frac{|\gamma_0|J_S}{4\pi\mu_0} \cdot \left( \Omega - \frac{l_m^2}{R^2} \right) \quad (6.4)$$

Im Wesentlichen wurde dieses Ergebnis auch in [93] erhalten, dabei wurde zwar eine etwas andere Profilfunktion  $m_z(r)$  verwendet, der Wert des Gyrovektors (6.3) ist jedoch derselbe.

Hier ergibt sich mit  $\Omega = 0.0221$ :  $f_1 = 0.29$  GHz. Der Wert aus der Simulation wird also deutlich überschätzt. Das liegt daran, dass die Streufelder durch die Annahme einer bei Verschiebung konstant bleibenden Vortexstruktur (kein „Einknicken“ der Spins am Rand des Zylinders) vor allem bei kleinen Verschiebungen als viel zu hoch angenommen werden (vgl. Abbildung 3.15), und folglich die rücktreibende Kraft und die Geschwindigkeit des Vortexkerns entsprechend ansteigen. Dieses Problem ist auch in [93] beschrieben, wo mit einem modifizierten Modell für die verschobene Vortexstruktur, in dem keine Oberflächenladungen am Zylinderrand auftreten, deutlich bessere Ergebnisse erzielt werden. Überdies handelt es sich in den Simulationen um ein dynamisches Zusammenspiel von Austausch- und Dipolwechselwirkung, während im analytischen Modell nur eine starre Vortexstruktur angenommen wurde.

Ebenfalls in [93] wurde der Einfluss der Dämpfung in der LLG-Gleichung berücksichtigt, woraus eine, wie oben beschrieben, spiralförmige Bahn des Vortexzentrums in die Ausgangslage zurück folgt.

In den Simulationsrechnungen wurden mit dem Programm OOMMF bzw. mit dem „LLG Micromagnetics Simulator“ zum Teil unterschiedliche Ergebnisse für  $f_1$  erhalten. Dies liegt zum einen daran, dass im „LLG Micromagnetics Simulator“ der stufenförmige Zylinderrand, wie er z. B. in Abbildung 5.7 gezeigt ist, durch eine „edge correction“ teilweise korrigiert werden kann, was eine Reduzierung des durch die Diskretisierung verursachten Streufeldes nach sich zieht. Die in Abbildung 6.4 dargestellten Ergebnisse wurden unter



Benutzung dieser Randkorrektur erhalten, in OOMMF ist diese Randkorrektur nicht möglich. Und zum anderen kann die modifizierte Darstellung des Austauschfeldes in OOMMF, wie in Abschnitt 2.3 erwähnt, die Bewegung des Vortextkerns beeinflussen [96]. Aber abgesehen von diesen Unterschieden in den Simulationsprogrammen, kommt es im Allgemeinen allein durch die Diskretisierung bereits zu einer Beeinflussung der Beweglichkeit des Vortextkerns, wobei hier lediglich auf [96] verwiesen sei.

Im Experiment konnte diese Vortextkernbewegung bereits nachgewiesen werden [97], auch hier liegen die Umlauffrequenzen deutlich unterhalb der theoretisch ermittelten Werte (6.4).

Bemerkenswert an der Umlauffrequenz (6.4) ist jedoch, dass  $f_1$  unabhängig von der Verschiebung  $\Delta$  ist, wie dies auch in Simulationsrechnungen bestätigt werden konnte: an demselben Zylinder wie bereits zu Anfang dieses Abschnitts beschrieben ( $R = 150 \text{ nm}$ ,  $h = 4 \text{ nm}$ ) wurden für unterschiedliche Verschiebungen  $\Delta$  die Umlauffrequenzen  $f_1$  bestimmt, das verwendete Simulationsprogramm war jeweils OOMMF, wodurch (wie oben erwähnt) sich ein anderes  $f_1$  ergibt als aus Abbildung 6.4. In folgender Tabelle sind die Simulationsergebnisse für 3 verschiedene  $\Delta$  aufgelistet:

$\Delta$	12.6 nm	19.0 nm	28.3 nm
$f_1$	0.145 GHz	0.143 GHz	0.145 GHz

Diese Konstanz von  $f_1$  bedeutet, dass mit zunehmender Verschiebung  $\Delta$  auch die Bahngeschwindigkeit  $v_1$  des Vortextkerns gemäß  $v_1 = \Delta \cdot \omega_1$  ansteigen muss. Für den hier betrachteten Zylinder würde man z. B. mit  $f_1 = 0.29 \text{ GHz}$  und einer Verschiebung  $\Delta = R/10 = 15 \text{ nm}$  eine Bahngeschwindigkeit des Vortextkerns von  $v_1 \approx 27.3 \text{ nm/ns} = 27.3 \text{ m/s} \approx 100 \text{ km/h}$  erhalten. Auch wenn diese Bahngeschwindigkeit  $v_1$  wegen der oben erwähnten Gründe überschätzt würde, kann man doch so eine ungefähre Vorstellung von der Größenordnung bekommen, in welcher sie liegt.

Was aus dem Amplitudenspektrum in Abbildung 6.4 im unteren Frequenzbereich noch ersichtlich ist, ist der Frequenzpeak bei 0.24 GHz. Dies ist die Frequenz, mit der die „Amplitudenmodulation“ oszilliert, d.h. es handelt sich um die halbe Schwebungsfrequenz  $\frac{1}{2}(f_3 - f_2)$ .

Die beiden Frequenzen  $f_2 = 5.49 \text{ GHz}$  und  $f_3 = 6.04 \text{ GHz}$  sind angeregte Moden des Spinsystems, über die eine lokale Fouriertransformation der  $m_x(t)$ -Komponente näheren Aufschluss geben kann. In Abbildung 6.5 sind die Amplituden- und Phasenverteilungen dieser beiden Frequenzen gezeigt. Danach scheint es so, als ob die Mode mit  $f_2 = 5.49 \text{ GHz}$  an das sich bewe-

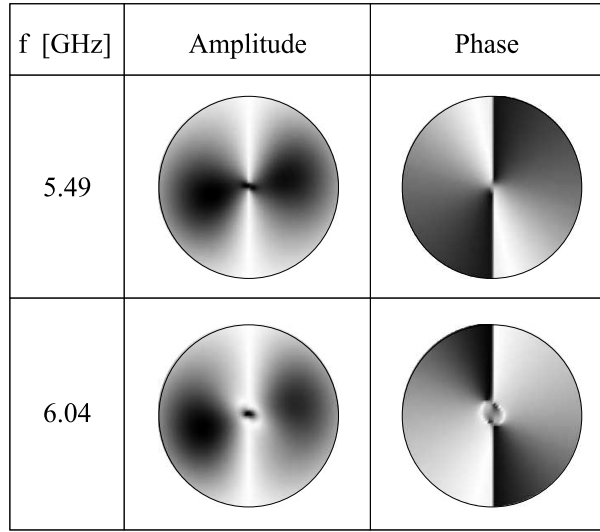


Abbildung 6.5: *Amplitude und Phase von  $m_x$  für die Frequenzen  $f_2 = 5.49$  GHz und  $f_3 = 6.04$  GHz. Die Farbgebung ist wie in Abbildung 5.10.*

gende Vortexzentrum koppelt, während die Mode mit  $f_3 = 6.04$  GHz davon entkoppelt ist<sup>1</sup>. Die Phase ändert sich im Bereich mit positivem  $x$  bzw. negativem  $x$  kontinuierlich jeweils von 0 bis  $\pi$ . Dies ist jedoch zunächst wie der entlang der  $y$ -Achse auftretende Phasensprung um  $\pi$ , aus der LLG-Gleichung (2.24) nicht unmittelbar einsichtig, da die Spins im gesamten Volumen nach Anlegen des externen Feldes bezüglich der  $m_x$ -Komponente gleichphasig oszillieren sollten. Eine mögliche Erklärung für diese Diskrepanz gibt ein Simulationsfilm, in dem orts- (4 nm) und zeitaufgelöst (1 ps) die Bewegung der Spins beobachtet werden kann: unmittelbar nach Anlegen des Feldes oszillieren die Spins in der Umgebung der  $y$ -Achse bezüglich der  $m_x$ -Komponente tatsächlich gleichphasig (siehe Abbildung 6.6), so wie es der LLG-Gleichung (2.24) nach sein soll. Nach Abschalten des Feldes gerät jedoch diese Bewegung zunehmend außer Takt, und es stellt sich ein neuer Zustand ein: die Spins schwingen in Gegenphase. Ein Grund für diese Phasenänderung könnte in der Energie liegen: bei Gleichphasigkeit kommt es entlang der  $y$ -Achse zu lokalen Energieoszillationen (der Winkel zwischen benachbarten Spins nimmt

<sup>1</sup>Im Fall von  $f_3 = 6.04$  GHz ist in der Amplitudenverteilung deutlich erkennbar, dass ringförmig um das Vortexzentrum die Amplitude verschwindet, was für  $f_2 = 5.49$  GHz nicht zutrifft.

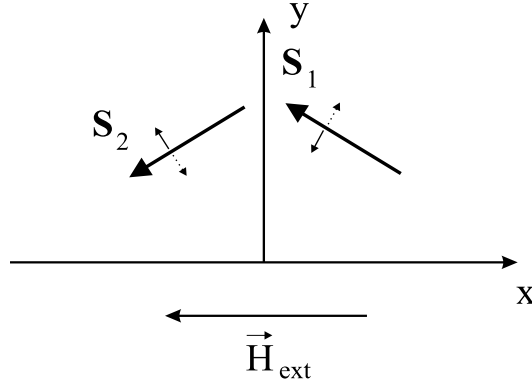


Abbildung 6.6: *Oszillation der Spins entlang der  $y$ -Achse im externen Magnetfeld  $\vec{H}_{ext} = (-H_x, 0, 0)$  ( $H_x > 0$ ): die Spins oszillieren bzgl. der  $m_x$ -Komponente gleichphasig ( $\mathbf{S}_1$  bewegt sich „nach unten“, während gleichzeitig  $\mathbf{S}_2$  „nach oben“ schwingt, und umgekehrt; die Gegenphasigkeit bzgl. der  $m_y$ -Komponente folgt aufgrund des Vorzeichenwechsels von  $m_y$ ).*

periodisch ab und wieder zu, und damit auch die Austauschenergiedichte  $\sim (\text{grad } \vec{m})^2$  und die Streufeldenergiedichte  $\sim \text{div } \vec{m}$ , die durch ein gegenphasiges Schwingen vermindert werden können. Diese Gegenphasigkeit baut sich jedoch mit zunehmender Entfernung von der  $y$ -Achse wieder ab, wodurch es zu der beobachteten kontinuierlichen Phasenänderung kommt.

Ein analytischer Zugang ist hier äußerst schwierig und bisher nicht gelungen: durch den in-plane-Feldpuls und die Auslenkung des Vortexzentrums kommt es nämlich zur Brechung der Symmetrie der angeregten Moden. Die Komplexität des Problems wird auch in der oben besprochenen komplizierten räumlichen Phasenverteilung deutlich. Allerdings sei hier auf eine „gewisse“ Analogie zu 2-Niveau-Systemen, wie sie in der Quantenmechanik vorkommen, hingewiesen: in [98] (Abschnitt 3.2) wird ein solches 2-Niveau-System diskutiert, wobei die Eigenzustände des Systems nur schwach unterschiedliche Energieeigenwerte besitzen, aber extrem unterschiedliche Eigenvektoren.

Im Folgenden wurde an den Zylinder ein statisches externes Feld  $H_{bias}$  in  $+y$ -Richtung angelegt, so dass es zu einer Verschiebung des Vortexzentrums in  $-x$ -Richtung kommt (die Vortizität ist entgegen dem Uhrzeigersinn gerichtet). Senkrecht zum Feld  $H_{bias}$  (also in  $+x$ -Richtung) wurde in der Ebene wieder ein externer Feldpuls (10 Oe, 100 ps) angeschaltet, um die Vortexstruktur

anzuregen. In Abbildung 6.7 sind die Frequenzen der aus den Fouriertransformationen der jeweiligen gemittelten  $m_x$ -Komponenten erhaltenen Moden gegen  $H_{bias}$  aufgetragen. Dabei zeigt sich, dass bei kleinem  $H_{bias}$  zunächst zu

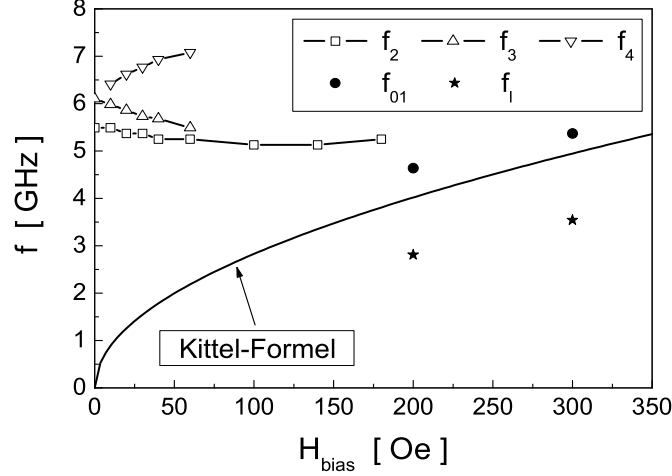


Abbildung 6.7: Frequenzen der Moden des Spinsystems als Funktion des statischen externen, in  $+y$ -Richtung angelegten Feldes  $H_{bias}$ ; miteingetragen ist die Kittel-Formel (6.5) für die uniforme Präzession von  $\vec{J}$ .

den beiden Frequenzen  $f_2$  und  $f_3$  eine dritte, über  $f_3$  liegende Frequenz  $f_4$  hinzukommt, wie in Abbildung 6.8 gezeigt ist. Mit zunehmendem  $H_{bias}$  nimmt  $f_3$  leicht ab, während  $f_4$  weiter ansteigt, bis ab ca.  $H_{bias} = 60$  Oe  $f_3$  und  $f_4$  nicht mehr zu sehen sind. Die niedrigere Frequenz  $f_2$  bleibt in etwa konstant, bis es bei  $H_{bias} = 200$  Oe zu einem abrupten Sprung zu zwei neuen, tiefer liegenden Frequenzen  $f_{01} = 4.64$  GHz und  $f_l = 2.81$  GHz kommt (siehe Abbildung 6.8). Der Grund für diesen Sprung liegt darin, dass ab  $H_{bias} = 200$  Oe das Vortexzentrum aus dem Zylinder verdrängt ist und nun eine neue Magnetisierungskonfiguration vorliegt: der single-domain-Zustand, dessen Dynamik im vorigen Kapitel untersucht wurde. In Abbildung 6.9 sind die zu diesen zwei Frequenzpeaks gehörenden lokalen Fouriertransformationen gezeigt. Die höhere Frequenz  $f_{01}$  lässt sich wieder der rotationssymmetrischen Mode zuordnen, deren  $m_z$ -Komponente proportional zur Besselfunktion 0. Ordnung ist. Für  $f_{01}$  ergibt sich aus der Theorie (5.9), (5.10) und (5.12) mit der Randbedingung gepinnter Spins  $f_{01} = 5.41$  GHz. Der Wert  $f_{01} = 4.64$  GHz aus der Simulation liegt unterhalb dieses theoretischen Wertes, die Gründe für diese Abweichung wurden bereits in Abschnitt 5.2 diskutiert, sie liegen in erster

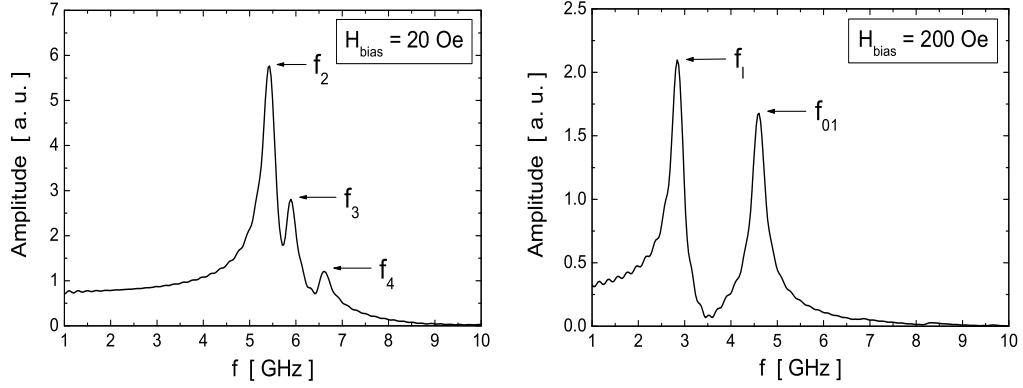


Abbildung 6.8: Amplitudenspektren bezüglich der  $m_x$ -Komponente für  $H_{bias} = 20$  Oe und  $H_{bias} = 200$  Oe ( $H_{bias}$  war jeweils in  $+y$ -Richtung angelegt).

Linie in der Inhomogenität des Streufeldes innerhalb des Zylinders, welche sich deutlich an der ovalen Form der Amplitudenverteilung zeigt. Dieser Einfluss des inhomogenen Streufeldes zeigt sich auch im Experiment [99]. Bei der unteren Frequenz  $f_l = 2.81$  GHz handelt es sich offenbar um eine lokalisierte Mode [100, 101]: die Bereiche mit dem stärksten Streufeld (der Zylinder ist in  $+y$ -Richtung magnetisiert) unterscheiden sich bezüglich des effektiven Feldes und damit der Präzessionsfrequenzen merklich von den übrigen Bereichen (siehe hierzu auch Anhang A). Der Grund, dass hier die im vorigen Kapitel beobachteten, höheren Moden eines single-domain-Teilchens (siehe Abbildung 5.10) nicht oder nur sehr minimal auftreten, ist darin zu suchen, dass durch den hier verwendeten Feldpuls bestimmte Moden offenbar nicht angeregt werden. Durch die geringe Stärke des Feldpulses kommen überdies in der LLG-Gleichung (2.24) nur die linearen Terme zum Tragen, während nichtlineare Terme und damit ein möglicher Energietransfer von einer Mode zur anderen weitgehendst unterdrückt sind.

Es ist auffällig, dass bei kleinen single-domain-Teilchen die uniforme Mode, deren Frequenz durch die Kittel-Formel [102] gegeben ist, nicht auftritt (siehe Abbildung 6.7):

$$f \approx \frac{|\gamma_0| M_S}{2\pi} \sqrt{\frac{H_{bias}}{M_S} \cdot \left( \frac{H_{bias}}{M_S} + 1 \right)}. \quad (6.5)$$

Der Grund ist offenbar die Inhomogenität des Streufeldes, welche durch die geringe Größe des Zylinders begünstigt wird, so dass es hier zu keiner einheitlichen Präzession der Spins um das Feld  $H_{bias}$  kommt. Für flache Zylinder

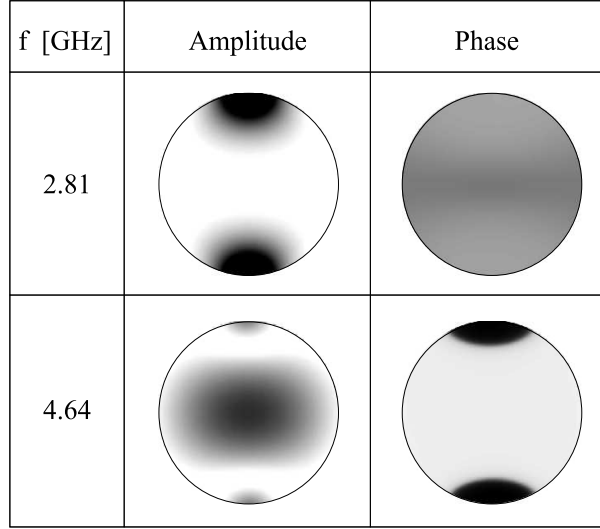


Abbildung 6.9: Lokale Fouriertransformation bezüglich der  $m_x$ -Komponente im Fall  $H_{bias} = 200$  Oe (angelegt in  $+y$ -Richtung): Amplitude und Phase der beiden Frequenzen  $f_l = 2.81$  GHz und  $f_{01} = 4.64$  GHz. Farbgebung wie in Abbildung 5.10.

derstrukturen mit Durchmessern im  $\mu\text{m}$ -Bereich wird sich dieser Sachverhalt zugunsten der Kittel-Formel ändern, wie weiter unten gezeigt wird.

Der in Abbildung 6.7 gezeigte Verlauf von  $f_2$ ,  $f_3$  und  $f_4$  für  $H_{bias} < 200$  Oe lässt folgende mögliche Erklärung zu: wie eine lokale Fouriertransformation bei  $H_{bias} = 20$  Oe zeigt (siehe Abbildung 6.10), ist die zur unteren Frequenz  $f_2 = 5.43$  GHz gehörende Mode offenbar die Mode, die bereits bei  $H_{bias} = 0$  Oe auftritt, die an das Vortexzentrum gekoppelt ist und das gesamte Zylindervolumen betrifft, während die zu  $f_3 = 5.86$  GHz gehörende Mode nur auf den Bereich  $B_+$  fällt, der durch die Verschiebung des Vortexzentrums vergrößert wurde, und die zu  $f_4 = 6.59$  GHz gehörende Mode in dem Bereich  $B_-$  lokalisiert ist, der durch die Verschiebung des Vortexzentrums verkleinert wurde. Für  $H_{bias} = 0$  Oe fallen  $f_3$  und  $f_4$  zusammen, daher ist in diesem Fall nur  $f_3$  zu sehen. Durch die Vergrößerung des Bereiches  $B_+$  mit zunehmendem  $H_{bias}$  nimmt die Stärke des Austauschfeldes in  $B_+$  kontinuierlich ab<sup>2</sup>, d. h.  $|\vec{H}_{eff}|$  wird kleiner und damit vermindert sich gemäß der LLG-Gleichung (2.24) die Präzessionsfrequenz, die durch die Stärke von

---

<sup>2</sup>Die Radien der Kreise, an denen  $\vec{J}$  tangential anliegt, werden größer, wodurch sich die Stärke des Austauschfeldes vermindert.

$\vec{H}_{eff}$  bestimmt wird. Im Bereich  $B_-$  ist der Sachverhalt genau umgekehrt: durch die Verkleinerung von  $B_-$  nimmt die Stärke des Austauschfeldes in  $B_-$  zu, d. h. die Präzessionsfrequenz steigt an. Ab einem bestimmten Feld  $H_{bias}$

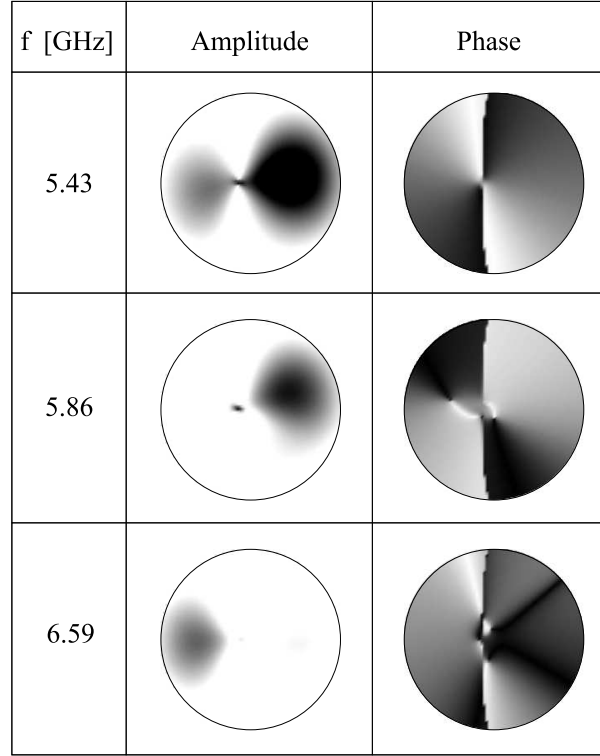


Abbildung 6.10: Lokale Fouriertransformation bezüglich der  $m_x$ -Komponente im Fall  $H_{bias} = 20$  Oe (angelegt in  $+y$ -Richtung): Amplitude und Phase der Frequenzen  $f_2 = 5.43$  GHz,  $f_3 = 5.86$  GHz und  $f_4 = 6.59$  GHz. Farbgebung wie in Abbildung 5.10.

ist die Verschiebung des Vortexkerns so groß, dass in dem dadurch entstehenden kleineren Bereich  $B_-$  durch die starke Austauschwechselwirkung (je näher man sich am Vortexkern befindet, umso größer wird die Austauschwechselwirkung) die Amplitude der angeregten Mode mit der Frequenz  $f_4$  so stark „unterdrückt“ wird, dass sie im Amplitudenspektrum nicht mehr erkennbar ist, während im vergrößerten Bereich  $B_+$  die Frequenzen  $f_2$  und  $f_3$  zusammenfallen. Die Phasenverteilungen für  $H_{bias} = 20$  Oe (siehe Abbildung 6.10) zeigen im Wesentlichen einen ähnlichen Verlauf wie im Fall  $H_{bias} = 0$  Oe (vgl. Abbildung 6.5).

Ein etwas anderes Bild zeigt sich für die Vortexstruktur in einem Permalloy-Zylinder ( $A = 13 \cdot 10^{-12}$  J/m,  $J_S = 1$  T,  $\alpha = 0.008$ ) mit  $R = 2005$  nm und  $h = 20$  nm, die ebenfalls mit einem in-plane-Feldpuls in  $+x$ -Richtung der Stärke 10 Oe und der Dauer 100 ps angeregt wurde: in Abbildung 6.11 sind wieder die Frequenzen gegen das Bias-Feld  $H_{bias}$  (angelegt in  $+y$ -Richtung) zu sehen. Für  $H_{bias} = 0$  ist im Amplitudenspektrum der  $m_x$ -Komponente

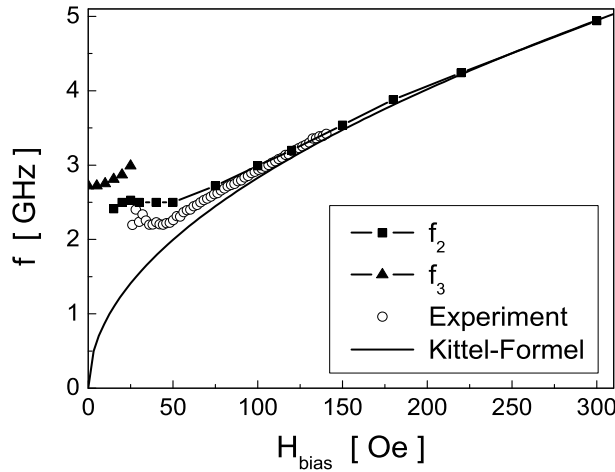


Abbildung 6.11: Frequenzen  $f_2$  und  $f_3$  der „ $m_x$ -Moden“ in einem Permalloy-Zylinder mit  $D = 4010$  nm und  $h = 20$  nm als Funktion des statischen, in  $+y$ -Richtung anliegenden Feldes  $H_{bias}$ ; miteingetragen sind experimentelle Daten und die Kittel-Formel (6.5).

nur ein Frequenzpeak  $f_3$  beobachtbar, und erst ab  $H_{bias} = 15$  Oe kommt ein zweiter, tiefer liegender Peak  $f_2$  hinzu. Die höhere Frequenz  $f_3$  verschwindet für  $H_{bias} \geq 30$  Oe, während die niedrigere Frequenz  $f_2$  mit zunehmendem  $H_{bias}$ , und damit mit zunehmender Verschiebung des Vortexzentrums, in die Kittel-Formel (6.5) für die uniforme Mode einer homogen magnetisierten, unendlich ausgedehnten Schicht mündet. Der Vortex ist ab  $H_{bias} = 220$  Oe annihiliert. Auch hier kann eine lokale Fouriertransformation mehr Einblick geben: in Abbildung 6.12 sind die Amplituden- und Phasenverteilungen der  $m_x$ -Komponente für  $f_3 = 2.75$  GHz ( $H_{bias} = 0$ ) und für  $f_2 = 2.53$  GHz bzw.  $f_3 = 2.88$  GHz ( $H_{bias} = 25$  Oe) dargestellt. Wie man daraus erkennen kann, ist die Amplitude der Mode für  $H_{bias} = 0$  vergleichbar mit der niedrigeren Frequenz im Fall des 300 nm-Zylinders ( $f_2 = 5.49$  GHz in Abbildung 6.5), jedoch



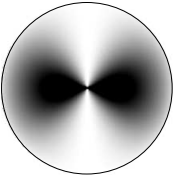
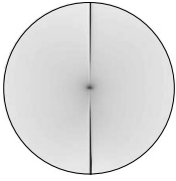
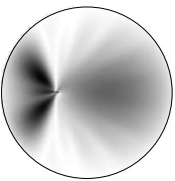
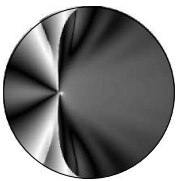
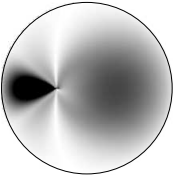
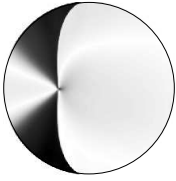
f [GHz]	Amplitude	Phase
$H_{\text{bias}} = 0$		
2.75		
$H_{\text{bias}} = 25 \text{ Oe}$		
2.53		
2.88		

Abbildung 6.12: Lokale Fouriertransformation bezüglich der  $m_x$ -Komponente im Fall  $H_{\text{bias}} = 0 \text{ Oe}$  bzw.  $H_{\text{bias}} = 25 \text{ Oe}$  (jeweils in  $+y$ -Richtung angelegt): Amplitude und Phase der Frequenzen  $f_3 = 2.75 \text{ GHz}$  bzw.  $f_2 = 2.53 \text{ GHz}$  und  $f_3 = 2.88 \text{ GHz}$ . Farbgebung wie in Abbildung 5.10.

hat man hier eine nahezu einheitliche Phasenverteilung. Für  $H_{\text{bias}} = 25 \text{ Oe}$  lassen sich die Moden nicht mehr so einfach mit denen des 300 nm-Zylinders (Abbildung 6.10) vergleichen. Während im letztgenannten Fall die Ursache für die Aufspaltung der Moden in der Austauschwechselwirkung zu suchen war, so kann zwar diese hier auch einen Einfluss haben, jedoch wird die Dipolwechselwirkung die dominantere Rolle spielen, was auch in der komplexen Struktur sowohl in der Amplitude als auch in der Phase zu erkennen ist. Bei  $f_2 = 2.53 \text{ GHz}$  scheint es im Bereich  $B_-$ , der durch die Verschiebung des Vortexzentrums verkleinert wurde, eine „zweiblättrige“ Anregung zu sein, wohingegen für  $f_3 = 2.88 \text{ GHz}$  nur eine „einblättrige“ Form auftritt. Bei bei-

den Frequenzen kommen die höchsten Amplituden im Bereich  $B_-$  vor. Die Strukturen selber besitzen ein Ausmaß von etwa  $0.5 \times 1.0 \mu\text{m}$ , weshalb es sich hier wohl auch um dipoldominierte Moden handelt. Es lassen sich zusätzlich, vor allem für  $f_2 = 2.53 \text{ GHz}$ , noch feinere Strukturen sowohl in der Amplitude als auch in der Phase erkennen. Überdies treten neben  $f_2$  und  $f_3$  noch Anregungen mit höheren Frequenzen auf (mit und ohne Bias-Feld), die in der lokalen Fouriertransformation identifiziert werden können und unter anderem im Experiment beobachtet wurden [103, 104]. Allerdings fehlt aufgrund der Aktualität der Untersuchungen in diesem Bereich noch der tiefere Einblick in die dynamischen Vorgänge, daher wird hier nicht mehr näher darauf eingegangen. Die experimentellen Daten in Abbildung 6.11 [105] stimmen mit dem Verlauf der Simulationsergebnisse nur für Bias-Felder ab etwa 100 Oe überein. Nähere Gründe für die Abweichungen sind bisher nicht untersucht worden und sollen an dieser Stelle nicht ausführlicher diskutiert werden. Die im Fall des 300 nm-Zylinders beobachtbare Bewegung des Vortexzentrums konnte hier in den räumlich gemittelten Komponenten von  $\vec{m}$  nicht erkannt werden. Der Grund liegt einerseits in der Größe des Zylinders (großes Volumen) und andererseits in der geringen Auslenkung des Vortexzentrums, so dass bei einer Mittelung die Information über die Vortexkernbewegung verloren geht.

Es sei hier noch kurz auf [106] verwiesen, wo ebenfalls die Anregungen von Vortexstrukturen in Anwesenheit eines in-plane-Bias-Feldes sowohl experimentell als auch mit Hilfe von Simulationen untersucht wurden. Die Anregung an sich in den Simulationen erfolgte jedoch dabei nicht durch einen in-plane-Feldpuls, sondern durch eine Auslenkung von  $\vec{J}$  in  $z$ -Richtung und anschließende Relaxation. Die Resultate sind den obigen Ergebnissen ähnlich: es zeigt sich bei kleinen Bias-Feldern ebenfalls eine „Aufspaltung“ in mehrere Moden.

## 6.2 Zeitabhängige out-of-plane-Felder

In diesem Abschnitt wird der Einfluss von zeitabhängigen Feldpulsen, die senkrecht zur Zylinderebene stehen, auf die Vortexstruktur untersucht. Dazu wird zunächst wieder der Fall hoher Feldstärken betrachtet, während danach die elementaren Anregungen durch schwache Feldpulse behandelt werden.

### 6.2.1 Schalten der Vortizität durch out-of-plane-Feldpulse

Wird an einem Vortexzustand ein senkrechttes Feld angelegt, so beginnen die Spins gemäß der LLG-Gleichung (2.24) (bei verschwindendem Dämpfungsparameter  $\alpha$ ) in der Zylinderebene zu präzedieren. Durch diese Präzession kommt es am Zylinderrand zur Entstehung von Oberflächenladungen und damit zu einem Streufeld, welches die weitere Präzessionsbewegung der Spins zu verhindern sucht. Für genügend hohe Feldstärken kann diese „Streufeldbarriere“ überwunden werden und die Spins können sich in der Ebene um  $180^\circ$  drehen. In Abbildung 6.13 ist der zeitliche Verlauf von Streufeld- und

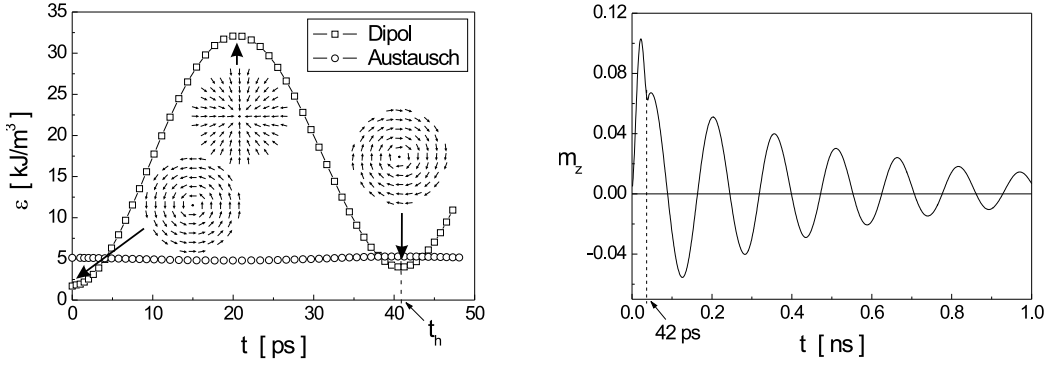


Abbildung 6.13: *Schalten der Vortizität einer Vortexstruktur durch einen senkrechten Feldpuls der Stärke  $H_z = 5 \text{ kOe}$  und der Dauer  $t_h = 42 \text{ ps}$ . Links: zeitlicher Verlauf der Streufeld- und der Austauschenergiedichte. Rechts: über den Zylinder gemittelte  $m_z(t)$ -Komponente.*

Austauschenergiedichte wiedergegeben, wie man ihn für einen Permalloy-Zylinder mit  $R = 150 \text{ nm}$  und  $h = 4 \text{ nm}$  ( $J_S = 1 \text{ T}$ ,  $\alpha = 0.02$ ) erhält, an dem bei  $t = 0$  instantan ein senkrechter Feldpuls  $H_z = 5000 \text{ Oe}$  der Dauer  $t_h = 42 \text{ ps}$  ( $t_h$  wurde so bestimmt, dass sich die Spins in dieser Zeit im räumlichen Mittel um  $180^\circ$  drehen) angelegt wurde. Miteingetragen sind die Magnetisierungskonfigurationen bei  $t = 0$ ,  $t \approx t_h/2$  und  $t = t_h$ . Daraus ist zunächst einmal die oben erwähnte „Streufeldbarriere“ aus dem Anstieg und Abfall der Streufeldenergiedichte erkennbar: für den Zustand, in dem  $\vec{J}$  radial gerichtet ist (bei  $t \approx t_h/2$ ), ist die Streufeldenergiedichte erwartungsgemäß am größten. Überraschenderweise bleibt die Austauschenergie während der nahezu einheitlichen Drehung der Spins fast konstant. Diese In-

varianz der Austauschenergiedichte ist jedoch in Übereinstimmung mit einer topologischen Untersuchung von Döring [107]. Dies bedeutet somit, dass die Energiebarriere, die zu überwinden ist, allein durch das Streufeld verursacht wird (bei verschwindender Kristallanisotropie).

Bei diesem Schalten der Vortizität kommt es durch die, wenn auch geringe, Dämpfung  $\alpha$  zu einer Relaxation von  $\vec{J}$  in Richtung externes Feld, d. h. die Spins werden in  $z$ -Richtung ausgelenkt, was nach dem Abschalten des Feldpulses zu einem Nachschwingen von  $\vec{J}$  führt. Dieses Nachschwingen ist, wie in Abbildung 6.13 für die Komponente  $m_z$  gezeigt, jedoch gering und ändert aufgrund der hohen energetischen Stabilität eines magnetischen Ringschlusses, wie man ihn bei einer Vortexstruktur vorliegen hat, den geschalteten Zustand nicht mehr: der neue Gleichgewichtszustand kann also trotz des Nachschwingens bereits nach  $t_h = 42$  ps nachgewiesen werden.

Theoretisch kann die Zeit  $t_h$ , in der sich die Spins im räumlichen Mittel um  $180^\circ$  drehen, in einfacher Weise aus der LLG-Gleichung abgeschätzt werden, denn bei verschwindender Dämpfung ergibt sich für die LLG-Gleichung (2.24):

$$\dot{\vec{m}} = -|\gamma_0| (\vec{m} \times \vec{H}_{eff}) \quad (6.6)$$

Setzt man nun  $\vec{H}_{eff} \approx (0, 0, H_z)$  (es soll also nur das äußere Feld zum effektiven Feld beitragen), so erhält man  $\omega = |\gamma_0|H_z$  als Frequenz der Präzessionsbewegung von  $\vec{m}$ , und damit für  $t_h$ :

$$t_h = \frac{1}{2} \frac{2\pi}{|\gamma_0|H_z} = \frac{\pi}{|\gamma_0|H_z}. \quad (6.7)$$

In Abbildung 6.14 sind die „Schaltzeiten“  $t_h$  als Funktion des externen Feldes  $H_z$  für zwei verschiedene Höhen  $h$  (bei jeweils gleichem Radius  $R = 150$  nm) und der theoretische Wert (6.7) aufgetragen: während für  $h = 4$  nm die Vortizität noch mit  $H_z = 3$  kOe bzw.  $H_z = 4$  kOe geschaltet werden kann, ist dies für  $h = 20$  nm nicht mehr möglich, d. h. je dicker die Schicht, umso stärkere Felder sind nötig, um die Vortizität zu schalten. Für sehr starke Felder  $H_z$  nähern sich die Schaltzeiten dem theoretischen Wert (6.7) an, welcher somit als eine einfach zu berechnende untere Grenze anzusehen ist.

Wie in Abschnitt 3.5 über die Magnetostatik von Kreisringen bereits erwähnt wurde, kommt es durch das Herausschneiden des Vortexkerns zu einer zusätzlichen Stabilisierung der Vortexstruktur. Daher wären im Vergleich zu Zylindern höhere Schaltfelder der Vortizität zu erwarten. Wie in Abbildung 6.14 gezeigt, ist dies jedoch nur geringfügig der Fall: für genügend starke Felder  $H_z$

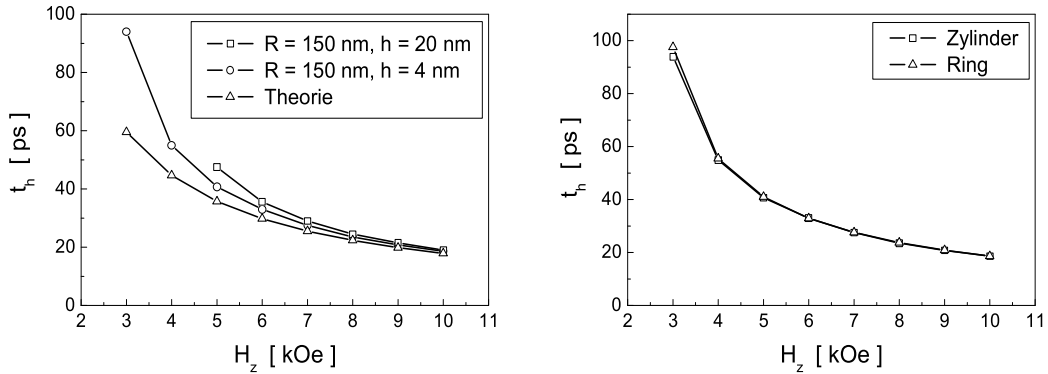


Abbildung 6.14: Links: Schaltzeit  $t_h$  für einen Permalloy-Zylinder als Funktion des senkrechten Feldes  $H_z$  für die Höhen  $h = 4$  nm und  $h = 20$  nm bei jeweils gleichem Radius  $R = 150$  nm; in den Simulationen wurde  $\alpha = 0.02$  benutzt. Zum Vergleich ist der theoretische Wert (6.7) miteingezeichnet. Rechts: Schaltzeit  $t_h$  in Abhängigkeit von  $H_z$  für einen Permalloy-Zylinder ( $R = 150$  nm,  $h = 4$  nm) und einen Permalloy-Ring (äußerer Radius  $R_2 = 150$  nm, innerer Radius  $R_1 = 50$  nm,  $h = 4$  nm). Auch hier war jeweils  $\alpha = 0.02$ .

sind die Schaltzeiten praktisch gleich. Diese Tatsache und die höhere energetische Stabilität der Vortexstruktur würden Kreislänge als „Speicherelemente“ prädestinieren, der entscheidende Nachteil, trotz der kurzen Pulsdauern  $t_h$ , bleiben allerdings die hohen Schaltfelder, die im kOe-Bereich liegen.

Am Rande sei hier noch auf die Rolle des Vortexzentrums hingewiesen: da Vortizität und Polarisation (Ausrichtung des Vortexzentrums) unabhängig voneinander sind, besteht prinzipiell die Möglichkeit, durch eine Vortexkonfiguration vier verschiedene, energetisch gleichwertige Zustände darzustellen (Polarisation  $+/-$ , Vortizität im/entgegengesetzt zum Uhrzeigersinn). Das Schalten der Polarisation stellt sich jedoch in den Simulationen als komplizierter Vorgang dar, für den zum Teil starke senkrechte Felder benötigt werden (im Einklang mit dem Experiment [108]) und der zu unkontrollierbaren Instabilitäten des Vortexkernbereiches führen kann. Aus diesem Grund wird hier darauf verzichtet, weiter auf diese Thematik einzugehen, es sei lediglich auf [23, 50, 109] hingewiesen, wo diese Problematik näher behandelt wird.

Nachdem hier der Fall starker senkrechter Felder behandelt wurde, wird im nächsten Abschnitt die Vortexstruktur durch schwache senkrechte Felder angeregt, um die elementaren Anregungen einer solchen Struktur näher zu untersuchen.

### 6.2.2 Anregung der Vortexstruktur durch out-of-plane-Feldpulse

In diesem Abschnitt wird wieder von Permalloy-Zylindern mit magnetischer Vortexstruktur ausgegangen. Es werden senkrechte Feldpulse  $H_z$  mit deutlich geringerer Stärke<sup>3</sup> als im vorigen Abschnitt angeschaltet und die Anregungen des Spinsystems einer näheren Betrachtung unterzogen. Gegeben sei zunächst wieder ein Permalloy-Zylinder ( $J_S = 1 \text{ T}$ ,  $\alpha = 0.008$ ) mit Radius  $R = 150 \text{ nm}$  und Höhe  $h = 4 \text{ nm}$ , an dem ein homogener Feldpuls  $H_z$  („Stufenpuls“) in  $+z$ -Richtung der Stärke  $100 \text{ Oe}$  und der Dauer  $50 \text{ ps}$  angelegt wird. In Abbildung 6.15 ist eine Bildsequenz aus der Simulation zu sehen und in Abbildung 6.16 sind die über den Zylinder gemittelte  $z$ -Komponente

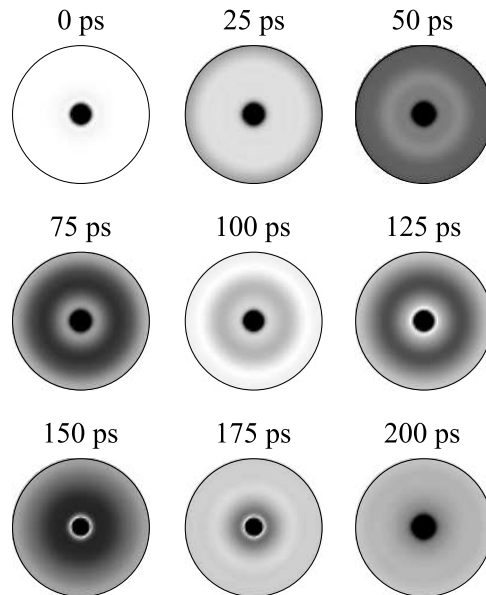


Abbildung 6.15: *Bildsequenz (Simulation) einer Anregung eines Permalloy-Zylinders ( $R = 150 \text{ nm}$ ,  $h = 4 \text{ nm}$ ,  $J_S = 1 \text{ T}$ ,  $\alpha = 0.008$ ) mit Vortexstruktur durch einen senkrechten externen Feldpuls  $H_z = 100 \text{ Oe}$  in  $+z$ -Richtung (Dauer  $50 \text{ ps}$ ). Die Auslenkung von  $\vec{m}$  in  $z$ -Richtung (also  $m_z$ ) ist als Farbverlauf schwarz ( $m_z < 0$ ) - weiss ( $m_z = 0$ ) - schwarz ( $m_z > 0$ ) geplottet. Für nähere Erläuterungen siehe Text.*

<sup>3</sup>Das soll heißen, dass die Auslenkungen von  $\vec{J}$  aus der Gleichgewichtslage sehr gering sind, so dass die LLG-Gleichung (2.24) linearisiert werden kann.

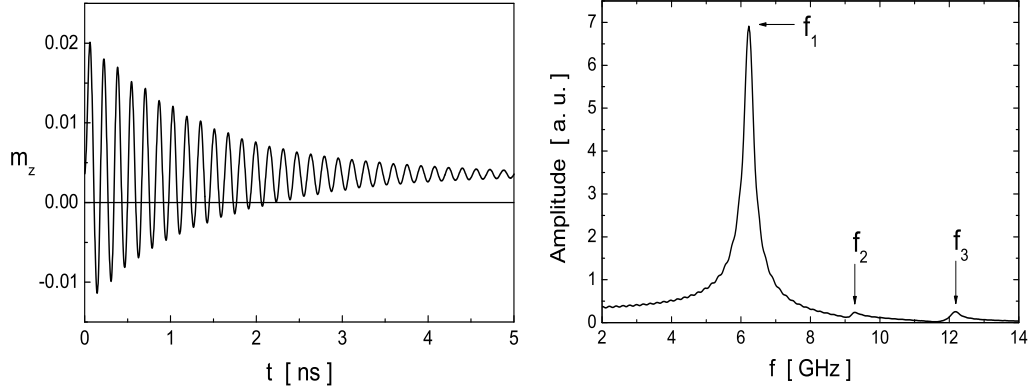


Abbildung 6.16: Anregung eines Permalloy-Zylinders ( $R = 150 \text{ nm}$ ,  $h = 4 \text{ nm}$ ,  $J_S = 1 \text{ T}$ ,  $\alpha = 0.008$ ) mit Vortexstruktur durch einen senkrechten externen Feldpuls  $H_z$  der Stärke 100 Oe und der Dauer 50 ps: zeitlicher Verlauf der über den Zylinder gemittelten  $m_z$ -Komponente und das zugehörige Amplitudenspektrum.

$m_z(t)$  und das zugehörige Amplitudenspektrum gezeigt<sup>4</sup>. Wie man aus Abbildung 6.15 erkennen kann, wird  $m_z$  durch den Feldpuls zunächst in  $+z$ -Richtung ausgelenkt, beginnt jedoch am Zylinderrand nach Abschalten des Pulses wieder in die Zylinderebene zurückzukehren, während  $m_z$  etwa in einem Abstand  $R/2$  noch weiter in  $+z$ -Richtung durchschwingt (50 - 75 ps). Erst nach ca. 100 ps befindet sich  $m_z$  wieder in der Zylinderebene, und oszilliert nun weiter in  $-z$ -Richtung, wobei wieder der Bereich um  $R/2$  die höchste Amplitude zeigt. Dieser Vorgang setzt sich periodisch fort, wobei sich die Amplitude langsam aufgrund der Dämpfung vermindert. Abbildung 6.16 zeigt bei  $f_1 = 6.23 \text{ GHz}$  einen starken Peak, darüberhinaus sind auch bei  $f_2 = 9.28 \text{ GHz}$  und  $f_3 = 12.18 \text{ GHz}$  Peaks sichtbar. Diese drei Frequenzen (und zusätzlich noch zwei höhere, deren Peaks im Amplitudenspektrum in Abbildung 6.16 nicht mehr erkennbar sind) werden durch eine lokale Fouriertransformation näher analysiert (siehe Abbildung 6.17). Man sieht dabei deutlich die Rotationssymmetrie der Anregungen und die zunehmende „Quantisierung“ in radialer Richtung, wobei die Phase verrät, dass benach-

<sup>4</sup>Der Grund dafür, dass die gemittelte  $m_z$ -Komponente im Grundzustand einen von Null verschiedenen Wert hat, liegt am Beitrag des Vortexkerns.

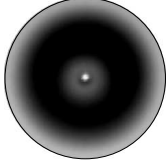
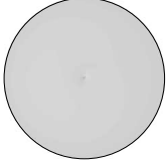
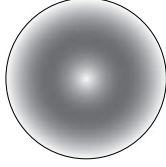
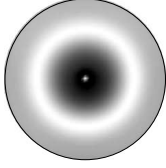
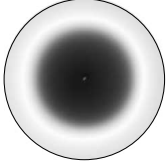
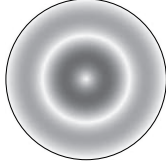
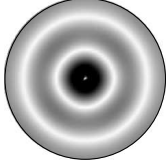
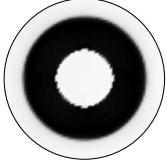
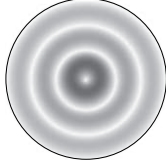
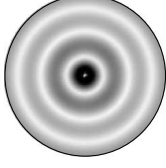
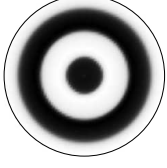
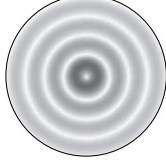
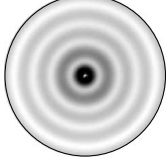
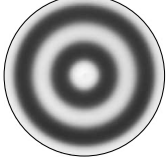
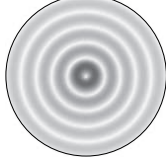
	Simulation		Theorie
	Amplitude	Phase	Amplitude
$f_1$			
$f_2$			
$f_3$			
$f_4$			
$f_5$			

Abbildung 6.17: Amplituden- und Phasenverteilungen für die Moden einer durch einen senkrechten Feldpuls der Stärke  $H_z = 100$  Oe bei 50 ps Dauer angeregten Vortexstruktur in einem Permalloy-Zylinder ( $J_S = 1$  T) mit  $D = 300$  nm und  $h = 4$  nm; miteingetragen sind die theoretischen Ergebnisse (Amplitude von  $m_z \sim J_1(\beta_m r)$  mit  $J_1(\beta_m R) = 0$ ; zur Definition von  $\beta_m$  siehe Text). Farbgebung wie in Abbildung 5.10.



barte „Bäuche“ entgegengesetzt schwingen<sup>5</sup>. Die Frequenzen dieser Moden können weitgehend analytisch berechnet werden. Man macht dazu folgende Annahmen: der Einfluss der Austauschwechselwirkung auf diese Moden soll vernachlässigbar sein, die Moden sollen Rotationssymmetrie besitzen (was für homogene Feldpulse senkrecht zur Schichtebene erfüllt ist), die Spins seien in der Zylindermitte (also im Vortexzentrum) und am Zylinderrand vollständig gepinnt, die Auslenkungen von  $\vec{J}$  aus dem Grundzustand sollen klein sein und aufgrund der geringen Schichtdicke sollen die Komponenten von  $\vec{J}$  nicht von  $z$  abhängen. Vernachlässigt man den Dämpfungsterm, so lautet die linearisierte LLG-Gleichung für eine flache Zylinderstruktur mit Vortexkonfiguration in Zylinderkoordinaten ( $M_S = J_S/\mu_0$ ):

$$\dot{m}_r(r, t) = |\gamma_0| N_{zz} M_S m_z(r, t) \quad (6.8)$$

$$\dot{m}_\varphi(r, t) = 0 \quad (6.9)$$

$$\dot{m}_z(r, t) = |\gamma_0| \lambda m_r(r, t) \quad (6.10)$$

$N_{zz}$  ist der Entmagnetisierungsfaktor in  $z$ -Richtung eines homogen magnetisierten Zylinders (hier wird also angenommen, dass aufgrund der geringen Schichtdicke das Streufeld in  $z$ -Richtung näherungsweise der Auslenkung  $m_z$  proportional ist) und  $\lambda$  ist Eigenwert der Gleichung  $\hat{H}_r m_r = \lambda m_r$  mit dem über die Schichtdicke  $h$  gemittelten Integro-Differentialoperator<sup>6</sup>

$$\hat{H}_r m_r(r, t) = \frac{J_S}{4\pi\mu_0} \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{h} \int_0^h dz \int \frac{(\text{div}_{r'} m_r(r', t))}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV'. \quad (6.11)$$

Hierbei sind  $\vec{r} = (r \cos(\varphi), r \sin(\varphi), z)$  und  $\vec{r}' = (r' \cos(\varphi'), r' \sin(\varphi'), z')$ . Im Folgenden wird ein Separationsansatz  $m_r \sim g(r) \cdot \xi(t)$  gemacht, wobei  $g(r)$  eine Funktion nur des Radius  $r$  und  $\xi(t)$  eine Funktion nur der Zeit  $t$  ist<sup>7</sup>. Mit dem Ansatz  $\xi(t) \sim \exp(i\omega t)$  für die Zeitabhängigkeit erhält man die Frequenzen  $\omega^2 = -|\gamma_0|^2 M_S N_{zz} \lambda$ .

---

<sup>5</sup>Damit erklärt sich zum Teil auch die geringe Intensität der Peaks  $f_i$  ( $i \geq 2$ ) im Amplitudenspektrum 6.16: durch die Mittelung über das Zylindervolumen hebt sich die  $m_z$ -Komponente teilweise weg.

<sup>6</sup>Oberflächenladungen tauchen hier nicht auf, da einerseits die Oberflächenladungen der Deck- und Bodenfläche bei Mittelung über  $z$  verschwinden und andererseits wegen der gemachten Randbedingung  $m_r(R, t) = 0$  keine Oberflächenladungen am Zylinderrand vorhanden sind.

<sup>7</sup>Aus  $m_r \sim g(r) \cdot \xi(t)$  und (6.8) folgt, dass auch  $m_z \sim g(r)$  gilt.

Für einen flachen Zylinder mit  $h \rightarrow 0$  und unendlichem Radius  $R$  sind die Besselfunktionen erster Ordnung  $J_1(\beta r)$  ( $\beta \in \mathbf{R}$ ) Lösungen der Gleichung  $\hat{H}_r m_r = \lambda m_r$  mit dem Eigenwert  $\lambda = -\frac{1}{2} M_S \beta h$  [88]. Nun wird der Ansatz  $g(r) \sim J_1(\beta r)$  für eine flache Zylinderstruktur mit endlicher Höhe  $h$  und endlichem Radius  $R$  ( $h \ll R$ ) gemacht. Die Bedingung  $m_r(r=0, t) = g(0) = 0$  ist damit erfüllt und die Randbedingung  $m_r(r=R, t) = g(R) = 0$  liefert für  $\beta$  die Werte  $\beta = \frac{\alpha_m}{R} \equiv \beta_m$  ( $\alpha_m$  ist die  $m$ -te positive Nullstelle von  $J_1(x)$ ). Verwendet man als Skalarprodukt  $\langle f_a(r), f_b(r) \rangle = \int_0^R f_a(r) f_b(r) r dr$ , wobei  $f_a(r)$  und  $f_b(r)$  reelle Funktionen sein sollen, und benutzt man die Orthogonalität der Besselfunktionen [110] bezüglich dieses Skalarprodukts

$$\int_0^R J_1(\beta_m r) J_1(\beta_n r) r dr = \frac{R^2}{2} J_1'(\beta_m R)^2 \cdot \delta_{mn} \quad (6.12)$$

(mit dem Kroneckersymbol  $\delta_{mn}$ ), so erhält man die Eigenwerte  $\lambda_m$  aus

$$\lambda_m = N \langle J_1(\beta_m r), \lambda_m J_1(\beta_m r) \rangle = N \langle J_1(\beta_m r), \hat{H}_r J_1(\beta_m r) \rangle, \quad (6.13)$$

mit der Normierungskonstanten  $N = [\frac{1}{2} R^2 J_0(\beta_m R)^2]^{-1}$ , die sich aus (6.12) ergibt. Mit Hilfe der Umformung (3.24) folgt für (6.13)

$$\begin{aligned} \lambda_m = & -N M_S \beta_m \int_0^\infty d\alpha \left[ 1 - \frac{(1 - \exp(-\alpha h))}{\alpha h} \right] \cdot \\ & \cdot \int_0^R dr' r' J_0(\alpha r') J_0(\beta_m r') \int_0^R dr r J_1(\alpha r) J_1(\beta_m r). \end{aligned} \quad (6.14)$$

Die beiden Integrale  $\int_0^R dr' \dots$  und  $\int_0^R dr \dots$  in (6.14) können weiter ausgewertet werden [52]: sei

$$\Gamma = \int_0^R dr' r' J_0(\alpha r') J_0(\beta_m r') \int_0^R dr r J_1(\alpha r) J_1(\beta_m r), \quad (6.15)$$

dann ist

$$\Gamma = \frac{R^2 \alpha \beta_m}{(\alpha^2 - \beta_m^2)^2} J_1(\alpha R)^2 J_0(\beta_m R)^2 \quad \text{für } \alpha \neq \beta_m \quad (6.16)$$

und

$$\Gamma = \left[ \frac{R^2}{2} J_0(\beta_m R)^2 \right]^2 \quad \text{für } \alpha = \beta_m. \quad (6.17)$$

Als Eigenwerte ergeben sich damit ( $m \in \mathbf{N}$ )

$$\lambda_m = -2M_S \int_0^\infty d\alpha \left[ 1 - \frac{(1 - \exp(-\alpha h))}{\alpha h} \right] \frac{\alpha \beta_m^2}{(\alpha^2 - \beta_m^2)^2} J_1(\alpha R)^2. \quad (6.18)$$

Der Integrand in (6.18) ist nach (6.16) und (6.17) in  $\alpha = \beta_m$  stetig fortsetzbar, daher kann (6.18) numerisch berechnet werden. Für den Fall, dass  $R \rightarrow \infty$  geht, lässt sich mit Hilfe der Beziehung [52]

$$\int_0^\infty dr r J_1(\alpha r) J_1(\beta r) = \frac{\delta(\alpha - \beta)}{\beta} \quad (6.19)$$

eine Näherungsformel für die Eigenwerte (6.18) angeben:

$$\lambda_m^\infty = -M_S \left[ 1 - \frac{(1 - \exp(-\beta_m h))}{\beta_m h} \right]. \quad (6.20)$$

Der Grenzfall  $h \rightarrow 0$  ergibt für die Eigenwerte (6.20) die in [88] bestimmten Werte  $-\frac{1}{2}M_S\beta_m h$  eines Zylinders mit Schichtdicke  $h \rightarrow 0$  und  $R \rightarrow \infty$ . Für die Frequenzen  $f_m = |\gamma_0|/(2\pi) \cdot \sqrt{M_S N_{zz} \cdot (-\lambda_m)}$  ergibt sich damit näherungsweise der Zusammenhang  $f_m \sim \sqrt{\eta}$ , mit dem Aspektverhältnis  $\eta = h/(2R)$ . In Abbildung 6.17 sind die Amplituden dieser Moden entsprechend des oben gemachten Ansatzes  $g(r) \sim J_1(\beta_m r)$  zum Vergleich mit den Simulationsergebnissen aufgetragen. Und in nachfolgender Tabelle sind die Frequenzen dieser ersten fünf Moden aus der Simulation mit den entsprechenden theoretischen Werten, die man mit (6.18) erhält, aufgelistet:

	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$
Simulation	6.23 GHz	9.28 GHz	12.18 GHz	15.43 GHz	19.34 GHz
Theorie	5.94 GHz	8.06 GHz	9.64 GHz	10.93 GHz	12.02 GHz

Während Simulation und Theorie für  $f_1$  noch näherungsweise übereinstimmen, kommt es ab  $f_2$  zu größeren Abweichungen. Der Grund ist wie im Fall des single-domain-Teilchens in der angenommenen Randbedingung zu suchen (vgl. Abschnitt 5.2): für die niedrigste Mode mit  $f_1$  dominiert noch die Dipolwechselwirkung, daher werden die Spins am Rand näherungsweise gepinnt sein. Bei den höheren Moden kommt jedoch immer stärker die Austauschwechselwirkung mit ins Spiel, welche zunehmend die Randbedingungen bestimmt und die Frequenzen erhöht. Bestätigt wird dies durch einen „linescan“ durch die Amplitudenverteilungen (siehe Abbildung 6.17) der verschiedenen

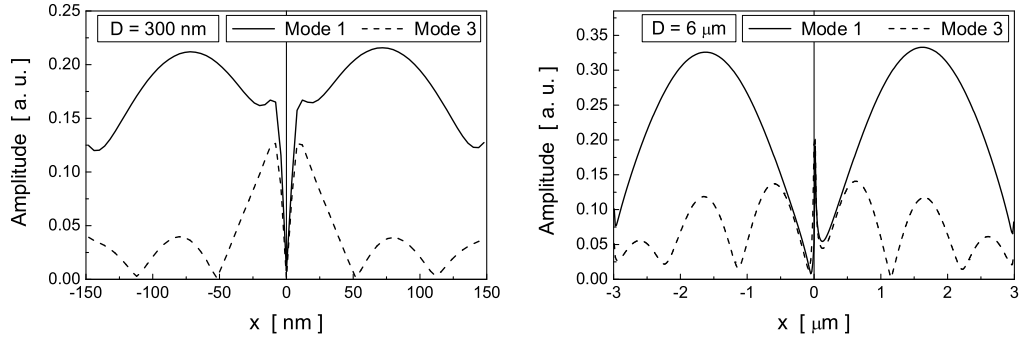


Abbildung 6.18: Amplitude der ersten und dritten Mode in Abhängigkeit von  $x$  („linescan“). Links: Permalloy-Zylinder ( $J_S = 1 \text{ T}$ ) mit  $D = 300 \text{ nm}$  und  $h = 4 \text{ nm}$ . Rechts: Permalloy-Zylinder ( $J_S = 1.08 \text{ T}$ ) mit  $D = 6 \mu\text{m}$  und  $h = 15 \text{ nm}$ .

Moden: in Abbildung 6.18 sind diese „linescans“ für die erste Mode und die dritte Mode gezeigt. Wie daraus ersichtlich ist, ist im Fall des Zylinders mit  $D = 300 \text{ nm}$  und  $h = 4 \text{ nm}$  neben einer „Verzerrung“ der Besselfunktionen  $J_1(x)$  deutlich die von 0 verschiedene Amplitude am Zylinderrand erkennbar: für die erste Mode kommt es zwar noch zu einem schwachen Pinning, bei der dritten Mode sind die Spins dagegen schon vollkommen ungepinnt. Für einen Zylinder mit  $D = 6 \mu\text{m}$  und  $h = 15 \text{ nm}$  ergibt sich das umgekehrte Bild<sup>8</sup>: die Spins sind zwar nicht ideal, aber dennoch „effektiv“ am Zylinderrand gepinnt. Die Austauschwechselwirkung spielt hier auch bei den höheren Moden keine entscheidende Rolle.

In einer Simulationsreihe wurden die Anregungen (mittels eines senkrechten externen Feldpulses der Stärke  $100 \text{ Oe}$  und der Dauer  $50 \text{ ps}$ ) von Permalloy-Zylindern ( $J_S = 1.08 \text{ T}$ ,  $K_u = 0$ ,  $\alpha = 0.008$ ) der Höhe  $h = 15 \text{ nm}$  mit Durchmessern im Bereich  $300 \text{ nm}$  bis  $6 \mu\text{m}$  untersucht und in Abbildung 6.19 mit der Theorie (6.18) verglichen. Ebenfalls in dieser Abbildung sind die im Experiment erhaltenen Frequenzen [111] gezeigt. Darin erkennt man neben der äußerst guten Übereinstimmung von Theorie, Simulation und Experiment für Durchmesser  $D \geq 1 \mu\text{m}$  auch, dass ab ca.  $D \leq 1 \mu\text{m}$  die Theorie von den Simulations- und experimentellen Ergebnissen abzuweichen beginnt.

<sup>8</sup>Die Asymmetrie der Amplitude um  $x = 0$  bzw. die von Null verschiedene Amplitude bei  $x = 0$  rührt von dem asymmetrischen senkrechten Feldpuls her, der dem Experiment nachempfunden ist.

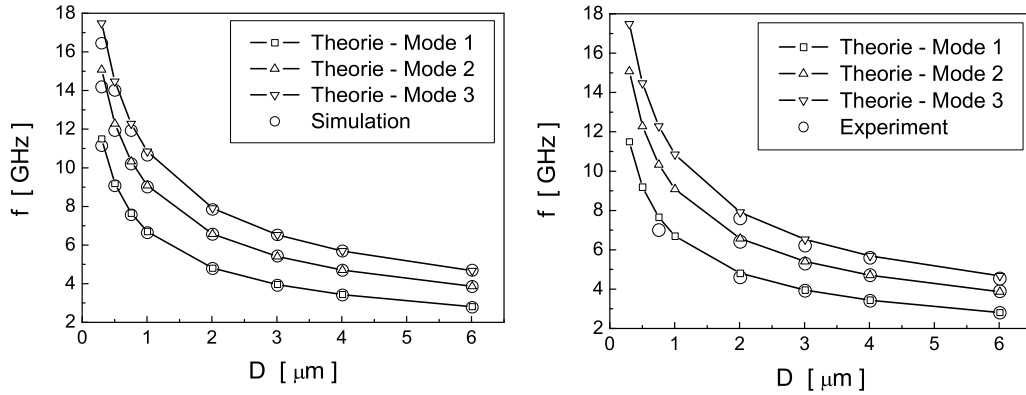


Abbildung 6.19: Frequenzen der ersten drei Moden einer Vortexstruktur als Funktion des Durchmessers  $D$  des Permalloy-Zylinders (es war jeweils  $h = 15 \text{ nm}$ ,  $J_S = 1.08 \text{ T}$ ). Links: Vergleich Theorie - Simulation. Rechts: Vergleich Theorie - Experiment. Die theoretischen Werte wurden mit (6.18) berechnet.

Dies deutet auf die oben schon erwähnte, mit kleiner werdendem Durchmesser zunehmende Austauschwechselwirkung und den damit verbundenen allmählichen Übergang zu gemischten Randbedingungen hin, was in der Theorie vernachlässigt wurde.

In einer weiteren Simulationsreihe wurden ebenfalls die Anregungen von Permalloy-Zylindern mit einem Durchmesser von  $D = 300 \text{ nm}$  bis  $D = 6 \text{ μm}$ , jedoch nun mit einer Höhe  $h = 20 \text{ nm}$  und  $J_S = 1 \text{ T}$ , untersucht, es zeigten sich wiederum sehr gute Übereinstimmungen zwischen Theorie und Simulation. Die Ergebnisse sind hier nicht abgebildet, der Verlauf ist qualitativ derselbe wie in Abbildung 6.19, nur dass die Frequenzen für  $h = 20 \text{ nm}$  etwas nach oben verschoben sind.

Im Experiment wurde der senkrechte magnetische Feldpuls mittels eines Strompulses durch eine nicht geschlossene Spule erzeugt, die den Permalloy-Zylinder umgibt. Aufgrund der Spulenöffnung ist der externe Feldpuls im Bereich des Zylinders inhomogen, d. h. es ist effektiv eine in-plane-Komponente vorhanden, wodurch nachweislich neben den hier behandelten rotationssymmetrischen Moden auch nicht-rotationssymmetrische Moden angeregt werden und es zusätzlich zu einer Verschiebung des Vortexzentrums kommt [111, 112]. Überdies wird ein „periodisches“ Umklappen der Polarisation des Vortexzentrums beobachtet. Beides konnte in Simulationsrechnungen an ei-

nem Zylinder mit  $D = 6\,\mu\text{m}$  und  $h = 15\,\text{nm}$  bestätigt werden, in denen der inhomogene Feldpuls mittels einer eindimensionalen, nicht geschlossenen stromdurchflossenen Spule nachgeahmt wurde (das Feld im Bereich des Zylinders wurde mit der Biot-Savart-Formel berechnet, die Stärke des Feldes  $H_z$  in  $z$ -Richtung variierte räumlich im Bereich des Zylinders von etwa 30 Oe bis 65 Oe). In Abbildung 6.20 werden im Fall des eben erwähnten Zylinders mit  $D = 6\,\mu\text{m}$  und  $h = 15\,\text{nm}$  die Amplituden- und Phasenbilder (lokale Fouriertransformation) der rotationssymmetrischen Moden aus Experiment und Simulation verglichen: auch hier zeigt sich die bereits in Abbildung 6.19 erkennbare gute Übereinstimmung.

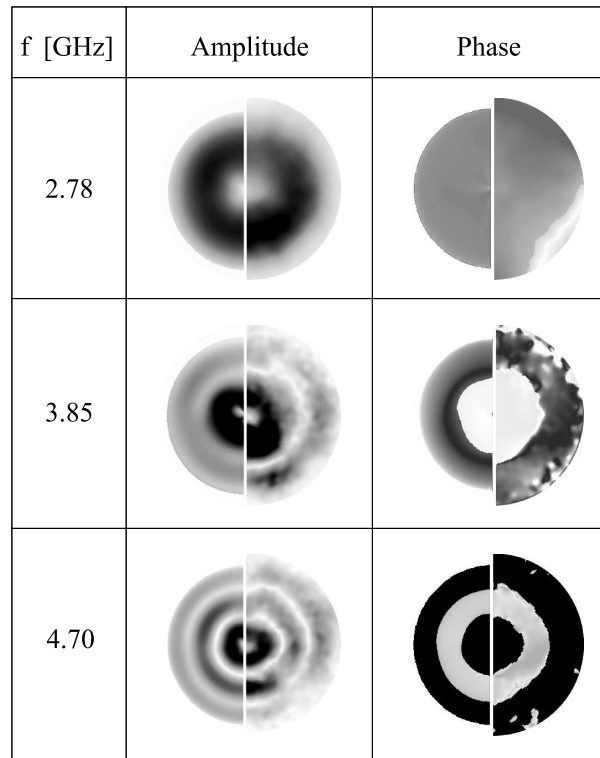


Abbildung 6.20: Amplituden- und Phasenverteilung der ersten drei Moden mit den Frequenzen  $f_1 = 2.78\,\text{GHz}$ ,  $f_2 = 3.85\,\text{GHz}$  und  $f_3 = 4.70\,\text{GHz}$  im Fall eines Permalloy-Zylinders ( $J_S = 1.08\,\text{T}$ ) mit  $D = 6\,\mu\text{m}$  und  $h = 15\,\text{nm}$ , der durch einen inhomogenen senkrechten Feldpuls angeregt wurde (Näheres dazu im Text); bei den einzelnen Bildern ist jeweils die linke Hälfte der Simulation und die rechte Hälfte dem Experiment entnommen [112].

Insgesamt lassen sich folgende zwei Schlussfolgerungen ziehen:

- 1) Wird eine Vortexstruktur durch schwache („schwach“ in dem Sinne, dass nichtlineare Terme in der LLG-Gleichung (2.24) vernachlässigbar sind) senkrechte Felder angeregt, so zerfällt diese Anregung in eine Überlagerung von rotationssymmetrischen Eigenmoden, welche mit Hilfe einer lokalen Fouriertransformation sichtbar gemacht werden können.
- 2) Die angeregten Eigenmoden sind für Zylinderdurchmesser im  $\mu\text{m}$ -Bereich von dipolarer Natur, erst bei kleineren Durchmessern tritt zunehmend die Austauschwechselwirkung hervor. Dies ergibt sich aus einem Vergleich mit den theoretischen Rechnungen.

Eine aktuelle Fragestellung im Zusammenhang mit diesen Anregungen von Vortexstrukturen ist, ob es einen Energietransfer unter den Moden gibt, d. h. ob Energie von der ersten Mode in höhere Moden „gepumpt“ wird. Dieser Energietransfer wäre dann eine Folge der nichtlinearen Terme in der LLG-Gleichung (2.24). Ein weiteres aktuelles Diskussionsthema ist das oben erwähnte periodische Umklappen der Polarisierung des Vortexzentrums. Die maximalen Feldstärken der hier angelegten, inhomogenen senkrechten Felder betrugen ca. 65 Oe, die effektiven in-plane-Komponenten waren entsprechend kleiner. Dies bedeutet, dass ein Schalten der Polarisierung bereits bei deutlich schwächeren Feldern stattfinden kann als in [23, 108] für den „statischen“ Fall beschrieben. Die entscheidende Rolle spielen hier offenbar die Dynamik und das Auftreten von Moden mit gebrochener Rotationssymmetrie.

Hiermit sollen die Untersuchungen der Dynamik der Vortexkonfiguration in flachen Permalloy-Zylinderstrukturen abgeschlossen werden. Im nächsten und zugleich letzten Kapitel wird in nicht allzu ausführlicher Form auf die Dynamik in Permalloy-Quadraten eingegangen. Die Behandlung dieser Quadrate soll sowohl einen Vergleich mit den Anregungen in Permalloy-Zylindern ermöglichen und eventuelle Unterschiede deutlich machen als auch zugleich einen Ausblick auf die Dynamik von komplizierteren, aber dennoch nicht weniger interessanten Strukturen bieten.

## Kapitel 7

# Ausblick: Dynamik von Permalloy-Quadraten mit Landau-Konfiguration

In diesem Kapitel wird abschließend im Sinne eines Ausblicks in kurzer Form auf die Anregungen in Permalloy-Quadraten mit magnetischer Landau-Konfiguration eingegangen (siehe Abbildung 7.1). Diese Magnetisierungskonfiguration besitzt wie die Vortexstruktur in einem Zylinder im Zentrum eine Blochlinie, die Richtungen der Spins liegen aber außerhalb des Vortextkernbereichs nicht tangential zu Kreisen, sondern aufgrund der Streufeldenergievermeidung parallel zu den Kanten des Quadrats. Entlang den Diagonalen bilden sich 90°-Néelwände aus, deren Form sich aus der Konkurrenz von Austausch- und Dipolwechselwirkung ergibt [19]. Bei der Anregung einer solchen Landau-Konfiguration durch ein äußeres Feld haben sich im Experiment in jüngster Zeit interessante Aspekte ergeben [113, 114, 115], die in Simulationen und einem „qualitativen“ Modell näher beleuchtet werden sollen.

Zunächst wurde in einem Experiment [113], bei dem die Landau-Struktur mittels eines senkrechten Feldpulses angeregt wurde, beobachtet, dass bezüglich der  $m_z$ -Komponente lokal zwei unterschiedliche Präzessionsfrequenzen vorhanden sind: die niedrigere Frequenz konnte dem Bereich der 90°-Néelwände zugeordnet werden, während die höhere Frequenz in den großen „dreieckigen“ Domänen lokalisiert zu sein scheint. In Simulationen konnte dieses Frequenzverhalten bestätigt werden: in Abbildung 7.2 ist die Amplitudenverteilung der lokalen Fouriertransformation bezüglich der  $m_z$ -Komponente



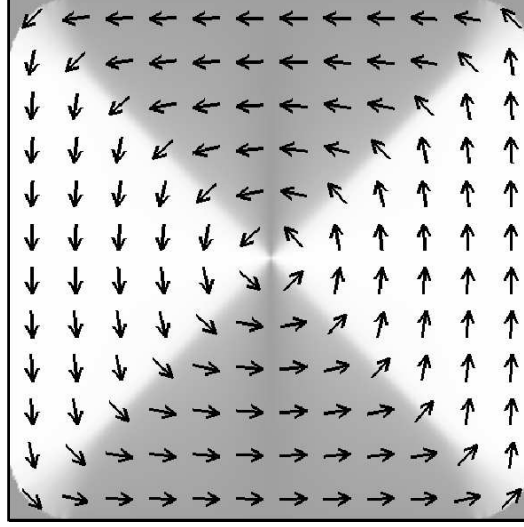


Abbildung 7.1: *Landau-Konfiguration in einem Permalloy-Quadrat (Kantenlänge:  $3\,\mu\text{m}$ , Höhe  $30\,\text{nm}$ ,  $A = 11 \cdot 10^{-12}\,\text{J/m}$ ,  $J_S = 1.13\,\text{T}$ ); die Ecken sind dem Experiment entsprechend abgerundet mit einem Krümmungsradius von  $375\,\text{nm}$  [114].*

für zwei Frequenzen wiedergegeben, wie sie sich aus der Simulation ergibt, in welcher durch einen homogenen senkrechten externen Feldpuls der Stärke  $100\,\text{Oe}$  und der Dauer  $50\,\text{ps}$  der in Abbildung 7.1 gezeigte Grundzustand angeregt wurde. Man findet in den Wänden eine niederfrequente Mode, während die Moden, die in den Domänen lokalisiert sind, höhere Frequenzen besitzen. Weiterhin zeigt die lokale Fouriertransformation (hier nicht abgebildet) die nächsthöhere „Wandmode“ und eine zunehmende Quantisierung in den Domänen, welche in zwei Richtungen stattfindet, nämlich parallel und senkrecht zu den Kanten des Quadrats (siehe Abbildung 7.2). Die Wandmoden sind offenbar „stehende“ Wellen, die sich zwischen Vortexkern und Eckpunkt des Quadrats ausbilden. Aufgrund der Präzessionsbewegung der Spins in der Umgebung der Wand scheint es so, als ob sich die Wand hin- und herbewegen würde. Die Quantisierung in den Domänen, die senkrecht zu den Kanten stattfindet, ist offenbar von dipolarer Natur und lässt sich ganz grob mit den Anregungen in Zylindern mit magnetischer Vortexstruktur vergleichen, nur dass hier die Anregungen „viereckig“ sind und durch Wände unterbrochen werden. Die Anregungen parallel zu den Kanten zeigen

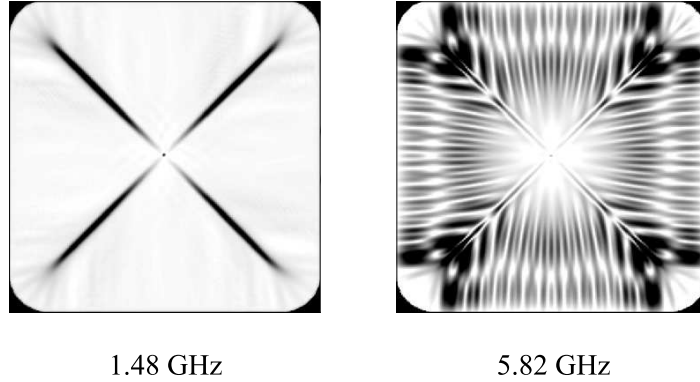


Abbildung 7.2: Amplitudenverteilung bzgl. der  $m_z$ -Komponente für die Frequenzen 1.48 GHz und 5.82 GHz, wie sie sich aus der im Text beschriebenen Anregung des in Abbildung 7.1 gezeigten Grundzustandes ergibt; die Ecken des Quadrats sind abgerundet (Krümmungsradius: 375 nm). Farbgebung wie in Abbildung 5.10.

vor allem für höhere Frequenzen sehr filigrane Strukturen und scheinen daher von der Austauschwechselwirkung dominiert zu sein. Analytische Modelle zu diesen Anregungen gibt es bislang noch nicht.

Die Anregung der Landaustuktur durch in-plane-Feldpulse zeigt im Wesentlichen die gleichen Befunde: die Amplitude der auftretenden Moden sind entweder in den Wänden lokalisiert oder in den Domänen. Eine ausführliche Diskussion dieser Anregungen, wobei auch ein in-plane-Bias-Feld senkrecht zum in-plane-Feldpuls angelegt wurde, und einen Vergleich zu experimentellen Daten findet man in [116].

Es ist also erkennbar, dass durch die Aufgabe der Zylindersymmetrie deutlich kompliziertere Anregungsstrukturen in ferromagnetischen Mikro- bzw. Nanoteilchen auftreten können, die bis jetzt zum großen Teil noch unverstanden sind. Der zunehmende Fortschritt in den experimentellen Methoden, die Magnetisierungsdynamik nicht nur zeit-, sondern auch orts aufgelöst messen zu können, wird in Zukunft noch viele weitere Fragen aufwerfen, die analytisch nicht mehr zugänglich sein werden. Mikromagnetische Simulationsrechnungen zeigen sich jedoch in diesen Bereichen als äußerst effektives Instrument, das dynamische Verhalten der Magnetisierung nachvollziehen, verstehen und erklären zu können.

# Kapitel 8

## Zusammenfassung

An dieser Stelle sollen nochmal die wesentlichen Punkte dieser Arbeit in kompakter Form zusammengefasst werden.

Ausgehend von den theoretischen Grundlagen des Mikromagnetismus, die in Kapitel 2 vorgestellt worden sind, wurde in Kapitel 3 die Magnetostatik flacher weichmagnetischer Kreisstrukturen (Zylinder) behandelt. Dabei wurde zwischen zwei energetischen Grundzuständen unterschieden: dem single-domain-Zustand und dem Vortexzustand. Während für den single-domain-Zustand die Gesamtenergiedichte weitgehend bekannt war, wurde Letztere für den Vortexzustand analytisch bestimmt. Dazu wurde für die Magnetisierungsverteilung im Vortexzustand ein Ansatz benutzt, der die Blochlinie im Vortexzentrum derart beschreibt, dass die Gesamtenergiedichte nicht divergiert. Ein Vergleich der Gesamtenergiedichten für den single-domain-Zustand und der Vortexstruktur lieferte ein Kriterium für die Stabilität des jeweiligen Zustandes bei gegebenen geometrischen Abmessungen der Kreisstruktur. Des Weiteren wurde ein Modell vorgestellt, das den Übergang vom Vortex- zum single-domain-Zustand unter Einfluss eines äußeren in-plane-Magnetfeldes beschreibt: der verschobene, formstabile Vortexkern. Dieses Modell erlaubte für kleine Verschiebungen (relativ zum Radius des Zylinders) des Vortexkerns einen analytischen Zugang, sonst mussten mit numerischen Methoden die einzelnen Energiebeiträge berechnet werden. Ausgehend von diesem Modell konnten die Annihilationsfelder ermittelt werden, die nötig sind, um eine Vortexstruktur in einen single-domain-Zustand überzuführen. Ein Vergleich mit experimentellen Daten lieferte trotz quantitativer Abweichungen, die ausführlich diskutiert wurden, qualitativ übereinstimmende Ergebnisse.

Kapitel 4 gab einen ersten Einblick in die dynamischen Vorgänge in ferromagnetischen Festkörpern. Obwohl in diesem Kapitel stets die Homogenität der magnetischen Polarisation vorausgesetzt war, konnten einige grundlegende Aspekte der Dynamik herausgestellt werden. So zeigte sich beispielsweise, dass die Ummagnetisierungszeit stark vom Wert des Dämpfungsparameters  $\alpha$  abhängt. Für homogen magnetisierte Rotationsellipsoide (der Spezialfall einer Kugel miteingeschlossen), die durch ein der magnetischen Polarisation im Ausgangszustand entgegengesetzt gerichtetes äußeres Feld ummagnetisiert werden, ist diese Ummagnetisierungszeit für  $\alpha = 1$  stets am kleinsten, unabhängig vom Verhältnis der Hauptachsen des Ellipsoids. Überdies wurde an homogen magnetisierten, flachen Zylinderstrukturen gezeigt, dass es für  $\alpha \approx 0.01$ , wie man es in der Natur vorfindet, nach erfolgter Ummagnetisierung je nach Richtung des angelegten äußeren Feldes zu einem Nachschwingen der magnetischen Polarisation kommen kann, nur im Fall des Präzessionsenschaltens konnte das Nachschwingen unterdrückt werden.

In Kapitel 5 wurde die in Kapitel 4 bereits begonnene Untersuchung der Ummagnetisierung flacher eindomäniger Permalloy-Zylinderstrukturen fortgesetzt, wobei jedoch nun die Forderung der Homogenität der magnetischen Polarisation aufgegeben wurde. Es zeigte sich, dass während der Drehung der magnetischen Polarisation um  $180^\circ$  nahezu homogenes single-domain-Verhalten vorherrscht. Unmittelbar darauf kommt es zur Anregung von Dipol-Austausch-Spinwellen, aufgrund der jeweiligen Randbedingungen (Spins am Rand gepinnt/ungepinnt) sind diese Anregungen quantisiert. Lokale Fouriertransformationen erlaubten es, diese Moden zu identifizieren und vereinfachten theoretischen Rechnungen zuzuordnen. Abweichungen zwischen Theorie und Simulation wurden ausführlich diskutiert, es stellte sich heraus, dass in erster Linie die Inhomogenität der Streufelder und die angenommenen Randbedingungen die Diskrepanzen zur Theorie erklären können: die Spins sind am Zylinderrand weder vollkommen gepinnt noch vollkommen ungepinnt. Vielmehr stellt sich eine „gemischte Randbedingung“ ein, die sich aus der Konkurrenz von Austausch- und Dipolwechselwirkung ergibt und die nur in einer konkreten mikroskopischen Rechnung näher bestimmt werden kann.

In Kapitel 6 wurde die Dynamik des Vortexzustandes in flachen Permalloy-Zylinderstrukturen behandelt. Es wurde dabei nach der Richtung des angelegten externen Feldes unterschieden.

Als Erstes wurde die Vortexstruktur durch instantanes Anlegen starker in-plane-Felder annihiliert: dieser Annihilationsvorgang stellte sich für kleine Dämpfungsparameter  $\alpha$  als komplizierter und „langdauernder“ Prozess dar. Dagegen konnten für kurze, schwache in-plane-Feldpulse die „elementaren“ Anregungen der Vortexstruktur untersucht werden. Die Verschiebung des Vortexkerns und die anschließende Relaxation konnten in den zeitabhängigen, gemittelten in-plane-Komponenten der magnetischen Polarisation als langwellige Anregung beobachtet werden, die Frequenz dieser Anregung liegt typischerweise im unteren MHz-Bereich. Sämtliche weiteren Anregungen haben Frequenzen im GHz-Bereich und können teilweise mit Hilfe lokaler Fouriertransformationen verstanden werden. Des Weiteren wurde der Einfluss der Vortexkernverschiebung durch angelegte statische in-plane-Felder auf diese Anregungen untersucht und soweit möglich analysiert. Dabei zeigten sich je nach Durchmesser des Zylinders deutliche Unterschiede in den Anregungen: bei Durchmessern im  $\mu\text{m}$ -Bereich sind die auftretenden Moden von der Dipolwechselwirkung dominiert, während für Durchmesser mit einigen 100 nm die Austauschwechselwirkung eine tragende Rolle spielt.

Als Zweites wurde die Vortexstruktur durch out-of-plane-Feldpulse angeregt. Dabei konnte zunächst im Fall starker Feldpulse (einige kOe) die Vortizität geschaltet werden, mit Schaltzeiten deutlich unter 100 ps. Das Nachschwingen der magnetischen Polarisation stellte sich als unwesentlich heraus. Dagegen konnte für schwache Feldpulse (100 Oe und weniger) die Anregung als eine Überlagerung von rotationssymmetrischen Eigenmoden beschrieben werden, die Frequenzen dieser Moden wurden näherungsweise analytisch berechnet, sie sind in etwa proportional zu  $\sqrt{\eta}$  (mit dem Aspektverhältnis  $\eta = \text{Höhe/Durchmesser}$ ) und lieferten für Zylinder mit Durchmessern im  $\mu\text{m}$ -Bereich sehr gute Übereinstimmungen sowohl mit den Simulationen als auch mit dem Experiment. Bei kleineren Zylinderdurchmessern zeigten sich Abweichungen zur Näherungstheorie, die wiederum auf den zunehmenden Einfluss der Austauschwechselwirkung zurückgeführt werden konnten.

Kapitel 7 diente abschließend als Ausblick, wobei in kurzer Form auf die Anregungen von Permalloy-Quadraten mit Landau-Konfiguration eingegangen wurde. Es stellte sich heraus, dass die Anregungsmuster deutlich komplizierter und komplexer sind als bei der Zylindergeometrie.

## Anhang A

# Schrödingergleichung vs. Linearisierte LLG-Gleichung

Wie in Abschnitt 2.2 erwähnt, kann die LLG-Gleichung (2.24) in „phänomenologischer“ Weise aus der Schrödingergleichung hergeleitet werden. Die linearisierte Form der LLG-Gleichung zeigt dabei in ihrer Struktur gewisse Ähnlichkeiten mit der Schrödingergleichung. Dies soll im Folgenden kurz erläutert werden.

Die LLG-Gleichung (2.24) lautet unter Vernachlässigung der Dämpfung:

$$\dot{\vec{m}} = -|\gamma_0| \cdot (\vec{m} \times \vec{H}_{eff}) \quad (\text{A.1})$$

Sei nun  $\vec{m} = \vec{m}_0 + \vec{m}_1$  mit  $\vec{m}_0 \approx \text{const.} = \vec{e}_z$  und  $\vec{m}_1 = \beta_x(\vec{r}, t) \vec{e}_x + \beta_y(\vec{r}, t) \vec{e}_y$  (mit den Einheitsvektoren  $\vec{e}_i$  ( $i \in \{x, y, z\}$ ) in  $x$ -,  $y$ - bzw.  $z$ -Richtung).  $\vec{m}_0$  stellt also die statische „Gleichgewichtsrichtung“ dar, um welche  $\vec{m}_1$  präzediert. Setzt man dies in (A.1) ein, so erhält man für die beiden nicht verschwindenden Komponenten

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \beta_x \\ \beta_y \end{pmatrix} = -|\gamma_0| \cdot \begin{pmatrix} H_{eff,z} \cdot \beta_y - H_{eff,y} \\ -H_{eff,z} \cdot \beta_x + H_{eff,x} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.2})$$

Es werde nun angenommen, dass die statischen Anteile von  $\vec{H}_{eff}$ , wie z. B. das externe Feld oder das statische Dipolfeld, durch  $H_{eff,z}$  gegeben sind. Außerdem werde das Anisotropiefeld, welches durch mögliche Kristallanisotropien zustande kommt, vernachlässigt. Dann setzen sich  $H_{eff,x}$  und  $H_{eff,y}$  jeweils aus dem Austauschfeld  $H_{ex,x} = q\nabla^2\beta_x$  bzw.  $H_{ex,y} = q\nabla^2\beta_y$  ( $q = 2A/J_S$ ) und dem nicht-statischen Dipolfeld  $H_{d,x}$  bzw.  $H_{d,y}$  zusammen. Werden nun  $H_{d,x}$

und  $H_{d,y}$  „linearisiert“, also  $H_{d,x} = -\lambda_x \beta_x$  und  $H_{d,y} = -\lambda_y \beta_y$  ( $\lambda_x, \lambda_y \in \mathbf{R}$ ), so sind

$$H_{eff,x} = q \nabla^2 \beta_x - \lambda_x \beta_x \quad (\text{A.3})$$

$$H_{eff,y} = q \nabla^2 \beta_y - \lambda_y \beta_y. \quad (\text{A.4})$$

Bezeichnet man noch  $H_{eff,z}$  mit  $H_0$ , so erhält man aus (A.2) zwei gekoppelte lineare partielle Differentialgleichungen zweiter Ordnung, die sog. linearisierte LLG-Gleichung:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \beta_x \\ \beta_y \end{pmatrix} = -|\gamma_0| \cdot \begin{pmatrix} H_0 \beta_y - q \nabla^2 \beta_y + \lambda_y \beta_y \\ -H_0 \beta_x + q \nabla^2 \beta_x - \lambda_x \beta_x \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

Geht man jetzt von  $(\beta_x, \beta_y)$  über zu  $\beta = \beta_x + i\beta_y$ , fasst man also  $\beta_x$  bzw.  $\beta_y$  als Real- bzw. Imaginärteil einer komplexen Zahl auf [117], so ergibt sich zunächst aus (A.5):

$$\frac{d}{dt} \beta = -|\gamma_0| \cdot [iq \nabla^2 \beta - iH_0 \beta - i(\lambda_x \beta_x + i\lambda_y \beta_y)] \quad (\text{A.6})$$

Teilt man den Dipolterm, der im Allgemeinen eine „elliptische“ Präzession<sup>1</sup> beschreibt, in einen „zirkularen Präzessionsanteil“  $\lambda_c = \frac{1}{2}(\lambda_x + \lambda_y)$  und einen von der zirkularen Präzession abweichenden Anteil  $\delta\lambda = \frac{1}{2}(\lambda_x - \lambda_y)$  auf, so sind  $\lambda_x = \lambda_c + \delta\lambda$  und  $\lambda_y = \lambda_c - \delta\lambda$ . Ersetzt man nun noch  $|\gamma_0|$  durch  $-|\gamma_0|$ , d. h. dreht man die Richtung der Präzession um, was auf die Struktur der Lösungen keinen wesentlichen Einfluss haben sollte, so folgt für (A.6):

$$\frac{i}{|\gamma_0|} \frac{d}{dt} \beta = -q \nabla^2 \beta + (H_0 + \lambda_c) \beta + \delta\lambda \beta^* \quad (\text{A.7})$$

Dabei soll  $\beta^* = \beta_x - i\beta_y$  sein. Vergleicht man (A.7) mit der zeitabhängigen Schrödingergleichung  $i\hbar(d\psi/dt) = -\hbar^2/(2m)\nabla^2\psi + V\psi$  (mit einem Potenzial  $V$ ), so zeigen sich gewisse Ähnlichkeiten, aber es tritt auch ein augenfälliger Unterschied hervor: der Term  $\sim \delta\lambda$  in (A.7), dessen Ursache in der elliptischen Präzession liegt und auf die Dipolwechselwirkung zurückzuführen ist, ist ohne Analogon in der Schrödingergleichung.

---

<sup>1</sup>Während bei der zirkularen Präzession der Winkel zwischen der magnetischen Polarisation  $\vec{J}$  und der Richtung, um die  $\vec{J}$  präzediert, konstant bleibt, ändert er sich bei der „elliptischen“ Präzession periodisch; die Spitze des Vektors  $\vec{J}$  beschreibt eine „ellipsenförmige“ Bahn.

Als „Normierungsbedingung“ kann  $|\beta|^2 + m_z^2 = |\vec{m}|^2 = 1$  angegeben werden. Im Folgenden sollen die Terme  $\sim \lambda_c$  und  $\sim \delta\lambda$  in (A.7), also die nichtstatischen Dipolterme, beiseite gelassen werden, d. h. es wird jetzt zunächst von der Gleichung

$$\frac{i}{|\gamma_0|} \frac{d}{dt} \beta = -q \nabla^2 \beta + H_0 \beta \quad (\text{A.8})$$

ausgegangen. Wie im Fall der zeitabhängigen Schrödingergleichung ist es auch hier möglich, mit dem Ansatz  $\beta = \chi(\vec{r}) \cdot \exp(-i\omega t)$  (mit  $\chi = \chi_x + i\chi_y$ ) eine zeitunabhängige linearisierte LLG-Gleichung anzugeben:

$$\frac{\omega}{|\gamma_0|} \chi = -q \nabla^2 \chi + H_0 \chi \quad (\text{A.9})$$

Die Struktur dieser Gleichung (A.9) entspricht völlig der Struktur der zeitunabhängigen Schrödingergleichung  $\hbar \omega \varphi = -\hbar^2/(2m) \nabla^2 \varphi + V \varphi$ , die man mit dem Ansatz  $\psi(\vec{r}, t) = \varphi(\vec{r}) \cdot \exp(-i\omega t)$  erhält. Setzt man  $\chi \sim \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r})$  an (mit dem Wellenvektor  $\vec{k}$ ), so ergibt sich die bereits bekannte Dispersionsrelation für „ebene Austauschwellen“ [118, 119]:

$$\omega = |\gamma_0| (qk^2 + H_0) \quad (\text{A.10})$$

Hat man ein zylindersymmetrisches, von der  $z$ -Koordinate unabhängiges Problem (mit den Zylinderkoordinaten  $(r, \varphi, z)$ ), so erhält man für die Eigenwertgleichung  $\nabla^2 \chi = -\xi^2 \chi$  als Eigenfunktionen die Besselfunktionen  $m$ -ter Ordnung  $\chi = J_m(\xi r) \exp(im\varphi)$  ( $m \in \mathbf{N}_0$ ) mit den zugehörigen Eigenwerten  $-\xi^2$  [53, 120]. Aus der Randbedingung vollständig gepinnter Spins ( $J_m(\xi R) = 0$ ) folgt, dass  $\xi = \alpha_{mn}/R$  sein muss. Dabei ist  $R$  der Radius des Zylinders und  $\alpha_{mn}$  ist die  $n$ -te positive Nullstelle ( $n \in \mathbf{N}$ ) von  $J_m(x)$ . Insgesamt lassen sich damit aus (A.9) die diskreten Frequenzen

$$\omega_{mn} = |\gamma_0| \left[ q \left( \frac{\alpha_{mn}}{R} \right)^2 + H_0 \right] \quad (\text{A.11})$$

herleiten, wie sie auch in [82] bzw. [83] mit außer Acht gelassener Dipolwechselwirkung erhalten wurden.

Ein anderer interessanter Fall ergibt sich, wenn man eine räumliche Inhomogenität von  $H_0$  zulässt:  $H_0 = H_0(\vec{r})$ . Dann würde man für Spinwellen, ähnlich wie in der Quantenmechanik, Reflektion, Transmission bzw. Tunnel-effekte an „Potenzialbarrieren“ (hier z. B. generiert durch äußere Felder oder



inhomogene Streufelder) erwarten. Diese Effekte konnten in der Tat experimentell nachgewiesen werden [100]. Damit leuchtet auch die Möglichkeit von lokalisierten Moden ein: hat man lokal einen „Potenzialtopf“ vorliegen, so kann es darin zu quantisierten Zuständen kommen. Besonders deutlich wird dieser Effekt bezüglich der austauschdominierten Anregungen in den dreieckigen Domänen der Landau-Konfiguration sichtbar (vgl. Abbildung 7.2): die Wände spielen hier offenbar die Rolle eines Potenzialwalls. Darüberhinaus sollte es auch möglich sein, Interferenzerscheinungen ähnlich wie in der Quantenmechanik beobachten zu können und Vorhersagen für das Zerfließen von Spinwellenpaketen zu treffen.

Es sei hier nochmal ausdrücklich darauf hingewiesen, dass diese Analogien zwischen linearisierter LLG-Gleichung und Schrödingergleichung nur unter Vernachlässigung der nicht-statischen Dipolwechselwirkung gelten. Im Folgenden wird der Einfluss der Dipolwechselwirkung demonstriert.

Geht man zurück zu Gleichung (A.7) und betrachtet man nur den Real- bzw. Imaginärteil, so ergeben sich die beiden gekoppelten Gleichungen

$$-\frac{1}{|\gamma_0|} \frac{d}{dt} \beta_y = -q \nabla^2 \beta_x + H_0 \beta_x + \lambda_c \beta_x + \delta \lambda \beta_x \quad (\text{A.12})$$

$$\frac{1}{|\gamma_0|} \frac{d}{dt} \beta_x = -q \nabla^2 \beta_y + H_0 \beta_y + \lambda_c \beta_y - \delta \lambda \beta_y. \quad (\text{A.13})$$

Diese beiden Gleichungen (A.12) und (A.13) müssen gleichzeitig erfüllt sein, woraus mit dem Ansatz  $\beta_x, \beta_y \sim \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r} - i\omega t)$  die Bedingung

$$\det \begin{pmatrix} i\omega/|\gamma_0| & qk^2 + H_0 + \lambda_c - \delta\lambda \\ qk^2 + H_0 + \lambda_c + \delta\lambda & -i\omega/|\gamma_0| \end{pmatrix} = 0 \quad (\text{A.14})$$

( $\det \equiv$  Determinante) folgt. Damit erhält man die Dispersionsrelation

$$\omega = |\gamma_0| \sqrt{(qk^2 + H_0 + \lambda_c)^2 - \delta\lambda^2}. \quad (\text{A.15})$$

Dieses Ergebnis (A.15) würde man auch nach der in [121] angegebenen Formel für die elliptische Präzession erwarten. Der „nicht-zirkulare“ Term  $\sim \delta\lambda^2$  in (A.15) führt also zu einer Erniedrigung von  $\omega$ . Die Dispersionsrelation (A.15) wäre direkt aus (A.7) wegen des Dipolterms  $\sim \delta\lambda\beta^*$  nicht so ohne Weiteres abzuleiten gewesen, worin die Bedeutung der Dipolwechselwirkung als wesentlicher Unterschied zwischen linearisierter LLG-Gleichung und Schrödingergleichung deutlich wird. Nur für den Spezialfall der zirkularen

Präzession, also  $\delta\lambda = 0$ , tritt dieser Unterschied nicht auf. Nebenbei erwähnt entspricht (A.15) für den Fall einer homogenen magnetischen Polarisation (also  $qk^2 = 0$ ) der Kittel-Formel [102] für ein allgemeines Ellipsoid.

Insgesamt zeigt also die linearisierte LLG-Gleichung, solange die nicht-statischen Dipolterme vernachlässigt werden, deutliche Analogien zur Schrödingergleichung. Dies erlaubt die Verwendung von bereits aus der Quantenmechanik bekannten Lösungsstrukturen und die Übertragung gewisser quantenmechanischer Phänomene auf Spinwellen. Im Allgemeinen ist jedoch die langreichweitige Dipolwechselwirkung nicht vernachlässigbar, wodurch nur im Spezialfall einer zirkularen Präzession eine Äquivalenz zur Schrödingergleichung besteht.

# Literaturverzeichnis

- [1] [http://www.infineon.com/boerse/jahresbericht2003/deutsch/2\\_3\\_innovation.htm](http://www.infineon.com/boerse/jahresbericht2003/deutsch/2_3_innovation.htm)
- [2] G. A. Prinz, J. Magn. Magn. Mater. 200, 57 (1999).
- [3] S. S. P. Parkin, K. P. Roche, M. G. Samant, P. M. Rice, R. B. Beyers, R. E. Scheuerlein, E. J. O'Sullivan, S. L. Brown, J. Bucchigano, D. W. Abraham, Yu Lu, M. Rooks, P. L. Trouilloud, R. A. Wanner, W. J. Gallagher, J. Appl. Phys. 85, 5828 (1999).
- [4] S. Tehrani, E. Chen, M. Durlam, M. DeHerrera, J. M. Slaughter, J. Shi, G. Kerszykowski, J. Appl. Phys. 85, 5822 (1999).
- [5] H. Hoffmann, *Das MRAM-Projekt*, Abschiedsvorlesung, Regensburg, 2001.
- [6] A. Hütten, T. Hempel, S. Heitmann, G. Reiss, Phys. Stat. Sol. (a) 189, 327 (2002).
- [7] M. Urbaniak, J. Schmalhorst, A. Thomas, H. Brückl, G. Reiss, T. Luciniński, Phys. Stat. Sol. (a) 199, 284 (2003).
- [8] A. Hütten, S. Mrozek, S. Heitmann, T. Hempel, H. Brückl, G. Reiss, Acta Mater. 47, 4245 (1999).
- [9] R. P. Cowburn, D. K. Koltsov, A. O. Adeyeye, M. E. Welland, D. M. Tricker, Phys. Rev. Lett. 83, 1042 (1999).
- [10] Jian-Gang Zhu, Youfeng Zheng, G. A. Prinz, J. Appl. Phys. 87, 6668 (2000).

- [11] E. Martinez, L. Torres, L. Lopez-Diaz, J. Phys. D: Appl. Phys. 36, 1458 (2003).
- [12] W. F. Brown jr., *Micromagnetics*, Interscience Publishers, Wiley, New York, London, 1963.
- [13] U. Krey, *Phasenübergänge - Eine Einführung*, Seminarvortrag, Regensburg, 2000.
- [14] U. Krey, *Magnetismus und Aspekte der Magnetoelektronik*, Vorlesungsskriptum, Regensburg, 2002.
- [15] C. Kittel, Rev. Mod. Phys. 21, 541 (1949).
- [16] U. Krey, *Theorie des Mikromagnetismus - Grundlagen*, Seminarvortrag, Regensburg, 1999.
- [17] E. Jäger, R. Perthel, *Magnetische Eigenschaften von Festkörpern*, Akademie-Verlag, Berlin, 1996.
- [18] E. Kneller, *Ferromagnetismus*, Springer-Verlag, Berlin, Göttingen, Heidelberg, 1962.
- [19] A. Aharoni, *Introduction to the Theory of Ferromagnetism*, Oxford, University Press, 2000.
- [20] A. Hubert, R. Schäfer, *Magnetic Domains*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1998.
- [21] R. Moskowitz, E. Della Torre, IEEE Trans. Magn. 2, 739 (1966).
- [22] E. Schlömann, J. Appl. Phys. 33, 2825 (1962).
- [23] R. Höllinger, A. Killinger, U. Krey, J. Magn. Magn. Mater. 261, 178 (2002).
- [24] B. Hillebrands, K. Ounadjela, *Spin Dynamics in Confined Magnetic Structures I*, pp. 1-33, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2002.
- [25] C. Kittel, Phys. Rev. 110, 836 (1958).
- [26] J. Fidler, T. Schrefl, J. Phys. D: Appl. Phys. 33, R135 (2000).

- [27] J. Lindner, K. Lenz, E. Kosubek, K. Baberschke, D. Spoddig, R. Meckenstock, J. Pelzl, Z. Frait, D. L. Mills, Phys. Rev. B 68, 060102(R) (2003).
- [28] V. L. Safonov, H. N. Bertram, J. Appl. Phys. 93, 6912 (2003).
- [29] V. L. Safonov, H. N. Bertram, J. Appl. Phys. 94, 529 (2003).
- [30] G. M. Sandler, H. N. Bertram, T. J. Silva, T. M. Crawford, J. Appl. Phys. 85, 5080 (1999).
- [31] R. Urban, G. Woltersdorf, B. Heinrich, Phys. Rev. Lett. 87, 217204 (2001).
- [32] V. L. Safonov, H. N. Bertram, Phys. Rev. B 65, 172417 (2002).
- [33] V. L. Safonov, J. Appl. Phys. 91, 8653 (2002).
- [34] S. Timmann, *Repetitorium der Gewöhnlichen Differentialgleichungen*, Binomi-Verlag, Springe, 1995.
- [35] I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew, G. Musiol, H. Mühlig, *Taschenbuch der Mathematik*, Verlag Harri Deutsch, Thun und Frankfurt am Main, 2000, 2001.
- [36] <http://www.ctcms.nist.gov/~rdm/std4/spec4.html>.
- [37] Micromagnetic simulation software package OOMMF („object-oriented micromagnetic framework“), <http://math.nist.gov/oommf>.
- [38] M. R. Scheinfein, *LLG Micromagnetics Simulator*, Mikromagnetisches Simulationsprogramm, <http://llgmicro.home.mindspring.com>.
- [39] M. R. Scheinfein, persönliche Mitteilung.
- [40] A. Lyberatos, R. W. Chantrell, J. Appl. Phys. 73, 6501 (1993).
- [41] E. D. Boerner, H. N. Bertram, IEEE Trans. Magn. 33, 3052 (1997).
- [42] E. D. Boerner, H. N. Bertram, IEEE Trans. Magn. 34, 1678 (1998).
- [43] K. Zhang, D. R. Fredkin, J. Appl. Phys. 87, 4795 (2000).

- [44] G. Brown, M. A. Novotny, P. A. Rikvold, Phys. Rev. B 64, 134422 (2001).
- [45] M. Schneider, H. Hoffmann, S. Otto, Th. Haug, J. Zweck, J. Appl. Phys. 92, 1466 (2002).
- [46] R. I. Joseph, E. Schlömann, J. Appl. Phys. 36, 1579 (1965).
- [47] R. I. Joseph, J. Appl. Phys. 37, 4639 (1966).
- [48] A. Wachowiak, J. Wiebe, M. Bode, O. Pietzsch, M. Morgenstern, R. Wiesendanger, Science 298, 577 (2002).
- [49] E. Feldtkeller, H. Thomas, Phys. kond. Mater. 4, 8 (1965).
- [50] A. Killinger, Dissertation, Regensburg, 2003.
- [51] N. A. Usov, S. E. Peschany, J. Magn. Magn. Mater. 118, L290 (1993).
- [52] A. D. Wheelon, *Tables of Summable Series and Integrals Involving Bessel Functions*, Holden-Day, San Francisco, Cambridge, London, Amsterdam, 1968.
- [53] I. M. Ryshik, I. S. Gradstein, *Summen-, Produkt- und Integral-Tafeln*, Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1957.
- [54] Y. L. Luke, *Integrals of Bessel Functions*, McGraw-Hill, New York, 1962.
- [55] A. P. Prudnikov, Yu. A. Brychkov, O. I. Marichev, *Integrals and Series*, Vol.2, Gordon and Breach Science Publishers, New York, London, Paris, Montreux, Tokyo, Melbourne, 1986.
- [56] T. Okuno, K. Shigeto, T. Ono, K. Mibu, T. Shinjo, J. Magn. Magn. Mater. 240, 1 (2002).
- [57] H. Hoffmann, *Eindomänen versus Fluss-Ringschluss*, Seminarvortrag, Regensburg, 2001.
- [58] J. A. Osborn, Phys. Rev. 67, 351 (1945).
- [59] H. Hoffmann, F. Steinbauer, J. Appl. Phys. 92, 5463 (2002).

- [60] R. Pulwey, M. Rahm, J. Biberger, D. Weiss, IEEE Trans. Magn. 37, 2076 (2001).
- [61] M. Rahm, persönliche Mitteilung.
- [62] J. Li, J. Shi, S. Tehrani, Appl. Phys. Lett. 79, 3821 (2001).
- [63] K. Yu. Guslienko, V. Novosad, Y. Otani, H. Shima, K. Fukamichi, Phys. Rev. B 65, 024414 (2001).
- [64] K. Yu. Guslienko, K. L. Metlov, Phys. Rev. B 63, 100403(R) (2001).
- [65] Y. G. Yoo, M. Kläui, C. A. F. Vaz, L. J. Heyderman, J. A. C. Bland, Appl. Phys. Lett. 82, 2470 (2003).
- [66] M. Rahm, R. Höllinger, V. Umansky, D. Weiss, J. Appl. Phys., accepted for publication.
- [67] M. Rahm, to be published.
- [68] T. Leineweber, H. Kronmüller, J. Magn. Magn. Mater. 192, 575 (1999).
- [69] R. Kikuchi, J. Appl. Phys. 27, 1352 (1956).
- [70] W. K. Hiebert, A. Stankiewicz, M. R. Freeman, Phys. Rev. Lett. 79, 1134 (1997).
- [71] H. B. Callen, International Symposium on Switching, Harvard University, April, 1957.
- [72] C. H. Back, R. Allenspach, W. Weber, S. S. P. Parkin, D. Weller, E. L. Garwin, H. C. Siegmann, Science 285, 864 (1999).
- [73] H. W. Schumacher, C. Chappert, P. Crozat, R. C. Sousa, P. P. Freitas, J. Miltat, J. Fassbender, B. Hillebrands, Phys. Rev. Lett. 90, 017201 (2003).
- [74] M. Buess, persönliche Mitteilung.
- [75] J. D. Jackson, *Klassische Elektrodynamik*, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 2002.
- [76] V. L. Safonov, H. N. Bertram, J. Appl. Phys. 87, 5508 (2000).

- [77] B. A. Kalinikos, A. N. Slavin, J. Phys. C: Solid State Phys. 19, 7013 (1986).
- [78] E. D. Boerner, H. N. Bertram, H. Suhl, J. Appl. Phys. 87, 5389 (2000).
- [79] V. L. Safonov, H. N. Bertram, Phys. Rev. B 63, 094419 (2001).
- [80] R. Höllinger, Diplomarbeit, Regensburg, 2000.
- [81] R. Höllinger, M. Zöfl, R. Moosbühler, G. Bayreuther, J. Appl. Phys. 89, 7136 (2001).
- [82] K. Yu. Guslienko, A. N. Slavin, J. Appl. Phys. 87, 6337 (2000).
- [83] K. Yu. Guslienko, A. N. Slavin, J. Magn. Magn. Mater. 215-216, 576 (2000).
- [84] R. J. Jelitto, *Elektrodynamik*, AULA-Verlag, Wiesbaden, 1994.
- [85] G. T. Rado, J. R. Weertman, J. Phys. Chem. Solids 11, 315 (1959).
- [86] K. Yu. Guslienko, S. O. Demokritov, B. Hillebrands, A. N. Slavin, Phys. Rev. B 66, 132402 (2002).
- [87] P. E. Wigen, C. F. Kooi, M. R. Shanabarger, T. D. Rossing, Phys. Rev. Lett. 9, 206 (1962).
- [88] M. Buess, Y. Acremann, A. Kashuba, C. H. Back, D. Pescia, J. Phys.: Condens. Matter 15, R1093 (2003).
- [89] I. S. Gradstein, I. M. Ryshik, *Tafeln*, Vol. 1, Verlag Harri Deutsch, Thun, Frankfurt am Main, 1981.
- [90] W. Gröbner, N. Hofreiter, *Integraltafel*, 2. Teil, Springer-Verlag, Wien, New York, 1966.
- [91] L. He, W. D. Doyle, J. Appl. Phys. 79, 6489 (1996).
- [92] M. Schneider, H. Hoffmann, J. Zweck, Appl. Phys. Lett. 79, 3113 (2001).
- [93] K. Yu. Guslienko, B. A. Ivanov, V. Novosad, Y. Otani, H. Shima, K. Fukamichi, J. Appl. Phys. 91, 8037 (2002).



- [94] A. A. Thiele, Phys. Rev. Lett. 30, 230 (1973).
- [95] D. L. Huber, Phys. Rev. B 26, 3758 (1982).
- [96] M. J. Donahue, R. D. McMichael, Physica B 233, 272 (1997).
- [97] J. P. Park, P. Eames, D. M. Engebretson, J. Berezovsky, P. A. Crowell, Phys. Rev. B 67, 020403(R) (2003).
- [98] N. P. Kovalenko, Yu. P. Krasny, U. Krey, *Physics of Amorphous Metals*, Wiley-VCH-Verlag, Berlin, Weinheim, New York, Chichester, Brisbane, Singapore, Toronto, 2001.
- [99] W. K. Hiebert, G. E. Ballentine, M. R. Freeman, Phys. Rev. B 65, 140404(R) (2002).
- [100] S. O. Demokritov, J. Phys.: Condens. Matter 15, S2575 (2003).
- [101] J. P. Park, P. Eames, D. M. Engebretson, J. Berezovsky, P. A. Crowell, Phys. Rev. Lett. 89, 277201 (2002).
- [102] C. Kittel, Phys. Rev. 73, 155 (1948).
- [103] M. Buess, persönliche Mitteilung.
- [104] R. Höllinger, I. Neudecker, M. Buess, K. Perzlmaier, J. Raabe, U. Krey, C. H. Back, to be published.
- [105] I. Neudecker, persönliche Mitteilung.
- [106] V. Novosad, M. Grimsditch, K. Yu. Guslienko, P. Vavassori, Y. Otani, S. D. Bader, Phys. Rev. B 66, 052407 (2002).
- [107] W. Döring, J. Appl. Phys. 39, 1006 (1968).
- [108] N. Kikuchi, S. Okamoto, O. Kitakami, Y. Shimada, S. G. Kim, Y. Otani, K. Fukamichi, J. Appl. Phys. 90, 6548 (2001).
- [109] A. Killinger, R. Höllinger, U. Krey, J. Magn. Magn. Mater., in press.
- [110] M. Abramowitz, I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, Dover Publications, New York.

- [111] M. Buess, R. Höllinger, T. Haug, K. Perzlmaier, D. Pescia, M. R. Scheinfein, D. Weiss, C. H. Back, to be published.
- [112] M. Buess, R. Höllinger, T. Haug, K. Perzlmaier, U. Krey, D. Pescia, M. R. Scheinfein, D. Weiss, C. H. Back, to be published.
- [113] P. Fischer, H. Stoll, A. Puzic, B. v. Waeyenberge, J. Raabe, M. Buess, T. Haug, R. Höllinger, G. Denbeaux, C. H. Back, D. Weiss, G. Schütz, to be published.
- [114] M. Bailleul, persönliche Mitteilung.
- [115] K. Perzlmaier, persönliche Mitteilung.
- [116] M. Bailleul, R. Höllinger, to be published.
- [117] H. Suhl, J. Phys. Chem. Solids 1, 209 (1957).
- [118] C. Herring, C. Kittel, Phys. Rev. 81, 869 (1951).
- [119] C. Kittel, Phys. Rev. 110, 1295 (1958).
- [120] K. Jänich, *Analysis für Physiker und Ingenieure*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1995.
- [121] U. Krey, J. Magn. Magn. Mater. 268, 277 (2004).

# Veröffentlichungsliste

Im Zusammenhang mit dieser Arbeit wurden folgende Publikationen geschrieben:

R. Höllinger, A. Killinger, U. Krey, *Statics and fast dynamics of nanomagnets with vortex structure*, J. Magn. Magn. Mater. 261, 178-189 (2002).

A. Killinger, R. Höllinger, U. Krey, *Dynamics of ferromagnetic nanomagnets with vortex or single-domain configuration*, J. Magn. Magn. Mater., in press.

M. Rahm, R. Höllinger, V. Umansky, D. Weiss, *Influence of point defects on magnetic vortex structures*, J. Appl. Phys., accepted for publication.

P. Fischer, H. Stoll, A. Puzic, B. v. Waeyenberge, J. Raabe, M. Buess, T. Haug, R. Höllinger, G. Denbeaux, C. H. Back, D. Weiss, G. Schütz, *High resolution imaging of ultrafast magnetization dynamics in magnetic nanostructures*, to be published.

M. Buess, R. Höllinger, T. Haug, K. Perzlmaier, D. Pescia, M. R. Scheinfein, D. Weiss, C. H. Back, *Spin dynamics in permalloy disks with vortex structure*, to be published.

M. Buess, R. Höllinger, T. Haug, K. Perzlmaier, U. Krey, D. Pescia, M. R. Scheinfein, D. Weiss, C. H. Back, *Fourier transform imaging of spin vortex eigenmodes*, to be published.



# Danksagung

Am Ende dieser Arbeit möchte ich mich bei all denen bedanken, die mich während ihrer Entstehung unterstützt haben:

Als Erstes gilt mein Dank Herrn Prof. Dr. U. Krey für die Betreuung dieser Arbeit, für seine verlässliche Unterstützung, für die vielen anregenden und hilfreichen Diskussionen und für das angenehme und freie Arbeitsklima.

Besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. C. H. Back für die Möglichkeit, diese Arbeit an seinem Lehrstuhl anzufertigen. Darüberhinaus danke ich ihm für die zahlreichen wertvollen Diskussionen und die fruchtbare Zusammenarbeit.

Für die vielen interessanten Diskussionen, die gute Zusammenarbeit und die zur Verfügung gestellten experimentellen Daten möchte ich mich bei M. Schneider, M. Buess, M. Rahm, M. Bailleul, I. Neudecker, K. Perzlmaier, M. Huber und M. R. Scheinfein bedanken.

Schließlich bleibt noch der Dank an die Kolleginnen und Kollegen des Lehrstuhls, insbesondere der Arbeitsgruppe von Prof. Dr. U. Krey und der Arbeitsgruppe von Prof. Dr. C. H. Back, für die angenehme, hilfsbereite und gute Arbeitsatmosphäre.